



دانشگاه شهید باهنر کرمان
دانشکده فنی و مهندسی
بخش عمران

سعید شجاعی
علیرضا قربی

وب سایت :

www.ghorbi.com

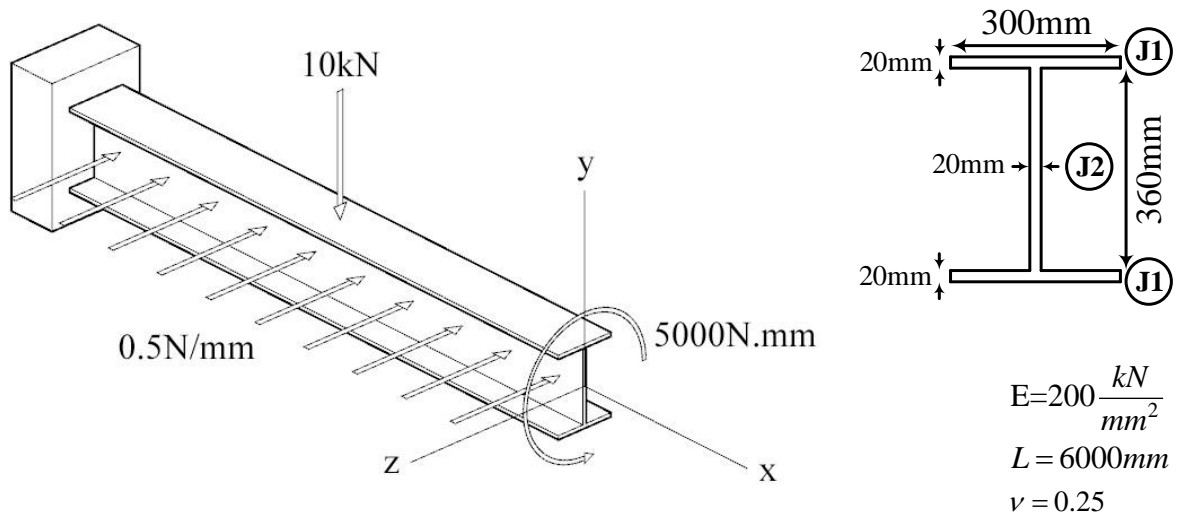


تحلیل سازه‌ها ۲

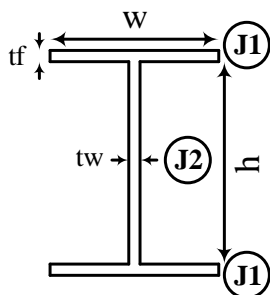
قاب فضایی

تیر فضایی با بارگذاری روی عضو

در تیر نشان داده شده بار متمرکز 10kN به فاصله ۳ متر از تکیه‌گاه روی مرکز برش مقطع قرار گرفته است. مطلوب است محاسبه جابجایی‌های گره آزاد.



راهنمایی: برای محاسبه ثابت پیچشی از جدول زیر کمک بگیرید.



$$J = 2J_1 + J_2$$

$$J_1 = (w \times tf^3) \times \left(\frac{1}{3} - 0.21 \frac{tf}{w} \left(1 - \frac{tf^4}{12w^4} \right) \right)$$

$$J_2 = (h \times tw^3) \times \left(\frac{1}{3} - 0.21 \frac{tw}{h} \left(1 - \frac{tw^4}{12h^4} \right) \right)$$

حل:

ابتدا بایستی مشخصات مقطع را محاسبه نماییم:

$$A = 2(300 \times 20) + (20 \times 360) = 19200mm^2$$

$$I_y = 2 \left(\frac{20 \times 300^3}{12} \right) + \left(\frac{360 \times 20^3}{12} \right) = 90240000mm^4$$

$$I_z = \left(\frac{300 \times (2 \times 20 + 360)^3}{12} \right) - \left(\frac{(300 - 20) \times 360^3}{12} \right) = 511360000mm^4$$

$$J_1 \approx 766400mm^4$$

$$J_2 \approx 926400mm^4$$

$$J = 2J_1 + J_2 \approx 2459200mm^4$$

مقایسه مشخصات مقطع محاسبه شده در نرم‌افزار SAP2000

I/Wide Flange Section

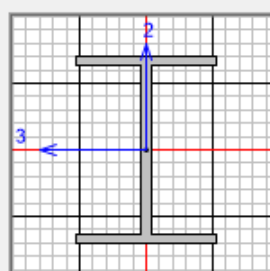
Section Name: FSEC1 Display Color:

Section Notes: Modify/Show Notes...

Dimensions

Outside height (t3)	400.
Top flange width (t2)	300.
Top flange thickness (tf)	20.
Web thickness (tw)	20.
Bottom flange width (t2b)	300.
Bottom flange thickness (tfb)	20.

Section



Material

+ MAT ▼

Property Modifiers

Set Modifiers...

Properties

Section Properties...

Time Dependent Properties...

OK Cancel

Property Data

Section Name: FSEC1

Properties

Cross-section (axial) area	19200.	Section modulus about 3 axis	2556800.
Moment of Inertia about 3 axis	5.114E+08	Section modulus about 2 axis	601600.
Moment of Inertia about 2 axis	90240000.	Plastic modulus about 3 axis	2928000.
Product of Inertia about 2-3	0.	Plastic modulus about 2 axis	936000.
Shear area in 2 direction	8000.	Radius of Gyration about 3 axis	163.1972
Shear area in 3 direction	10000.	Radius of Gyration about 2 axis	68.5565
Torsional constant	2459200.	Shear Center Eccentricity (x3)	0.

OK

محاسبه ماتریس سختی عضو برای گره آزاد:

$$K = \begin{bmatrix} 640000.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 5681.78 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -17045333.33 \\ 0.00 & 0.00 & 1002.67 & 0.00 & 3008000.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 32789333.33 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 3008000.00 & 0.00 & 12032000000.00 & 0.00 \\ 0.00 & -17045333.33 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 68181333333.33 \end{bmatrix}$$

محاسبه نیروهای وارد بر تیر برای گره آزاد:

$$\left. \begin{aligned} P &= 10000N \\ F_{sb} &= \frac{10000}{2} = 5000 \\ F_{mb} &= \frac{10000 \times 6000}{8} = 7500000 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_f^{f1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -7500000 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} w &= 0.5 \frac{N}{mm} \\ F_{sb} &= \frac{0.5 \times 6000}{2} = 1500 \\ F_{mb} &= \frac{0.5 \times 6000^2}{12} = 1500000 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_f^{f2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \\ 0 \\ -1500000 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow P_f^f = \begin{bmatrix} 0 \\ 5000 \\ 1500 \\ 0 \\ -1500000 \\ -7500000 \end{bmatrix}$$

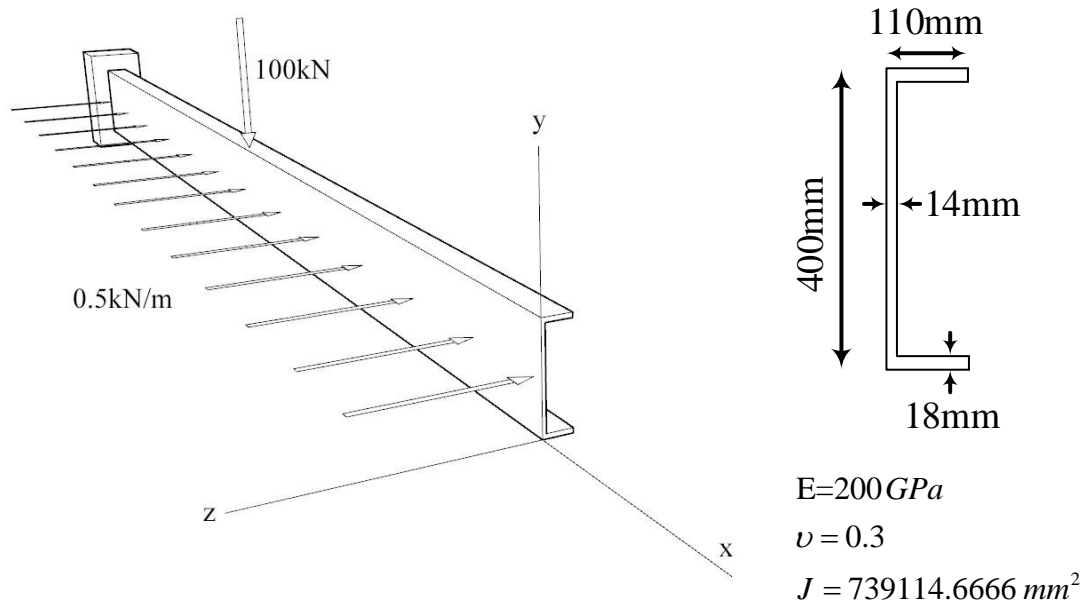
$$P_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

حل دستگاه :

$$\begin{bmatrix} \Delta_{2x} \\ \Delta_{2y} \\ \Delta_{2z} \\ \theta_{2x} \\ \theta_{2y} \\ \theta_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2.200016 \\ -7.480053 \\ 0.000152 \\ 0.001995 \\ -0.000440 \end{bmatrix} \begin{matrix} mm \\ mm \\ mm \\ rad \\ rad \\ rad \end{matrix}$$

تیر فضایی با بارگذاری روی عضو

در تیر نشان داده شده به طول ۶ متر بار گسترده‌ای در جهت نشان داده شده و بار متمرکزی در جهت نشان داده شده به فاصله ۳ متر از تکیه‌گاه روی مرکز برش مقطع قرار گرفته‌اند. مطلوب است محاسبه جابجایی‌های گره آزاد.



حل :

ابتدا بایستی مشخصات مقطع را محاسبه نماییم ، به عنوان مثال به روش انتگرالی داریم :

$$A = \int_{y=0}^{y=18} \int_{z=14}^{z=110} 1 dz dy + \int_{y=400-18}^{y=400} \int_{z=14}^{z=110} 1 dz dy + \int_{y=0}^{y=400} \int_{z=0}^{z=14} 1 dz dy = 9056 \text{ mm}^2$$

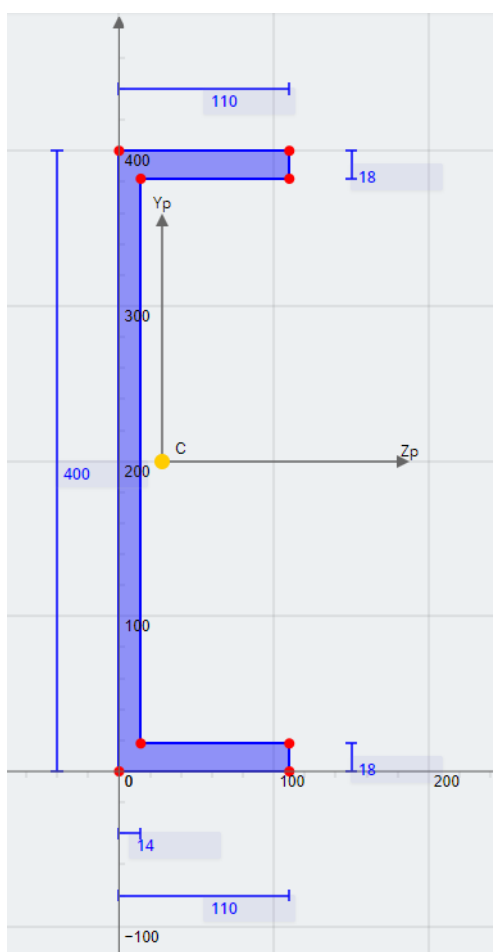
$$y_c = \frac{\int_{y=0}^{y=18} \int_{z=14}^{z=110} y dz dy + \int_{y=400-18}^{y=400} \int_{z=14}^{z=110} y dz dy + \int_{y=0}^{y=400} \int_{z=0}^{z=14} y dz dy}{A} = 200 \text{ mm}$$

$$z_c = \frac{\int_{y=0}^{y=18} \int_{z=14}^{z=110} z dz dy + \int_{y=400-18}^{y=400} \int_{z=14}^{z=110} z dz dy + \int_{y=0}^{y=400} \int_{z=0}^{z=14} z dz dy}{A} = 27.98939929 \text{ mm}$$

$$I_{yy} = \int_{y=0-y_c}^{y=18-y_c} \int_{z=14-z_c}^{z=110-z_c} z^2 dz dy + \int_{y=400-18-y_c}^{y=400-y_c} \int_{z=14-z_c}^{z=110-z_c} z^2 dz dy + \int_{y=0-y_c}^{y=400-y_c} \int_{z=0-z_c}^{z=14-z_c} z^2 dz dy = 9210409.64899 \text{ mm}^4$$

$$I_{zz} = \int_{y=0-y_c}^{y=18-y_c} \int_{z=14-z_c}^{z=110-z_c} y^2 dz dy + \int_{y=400-18-y_c}^{y=400-y_c} \int_{z=14-z_c}^{z=110-z_c} y^2 dz dy + \int_{y=0-y_c}^{y=400-y_c} \int_{z=0-z_c}^{z=14-z_c} y^2 dz dy = 200838314.6667 \text{ mm}^4$$

مقایسه مشخصات مقطع با نرم‌افزار :



Notation	Value	Unit
A	9056	mm ²
I _z	200838314.6666667	mm ⁴
I _y	9210409.648998821	mm ⁴
I _{zp}	200838314.6666667	mm ⁴
I _{yp}	9210409.648998827	mm ⁴
α _p	0	deg
C _z	27.9893992933	mm
C _y	200	mm
Q _z	610048	mm ³
Q _y	100396.6239308769	mm ³
Z _z	1004191.5733333335	mm ³
Z _y	329067.7857172915	mm ³
J	739114.6666666666	mm ⁴

از این مرحله به بعد، تمامی واحدها بر حسب کیلونیوتن و متر می باشد.

محاسبه نیروهای وارد بر تیر برای گره آزاد:

$$\left. \begin{aligned} P &= 100 \text{ kN} \\ F_{sb} &= \frac{100}{2} = 50 \\ F_{mb} &= \frac{100 \times 6}{8} = 75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_f^{f1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -75 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} w &= 0.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \\ F_{sb} &= \frac{0.5 \times 6}{2} = 1.5 \\ F_{mb} &= \frac{0.5 \times 6^2}{12} = 1.5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_f^{f2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.5 \\ 0 \\ -1.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow P_f^f = \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \\ 1.5 \\ 0 \\ -1.5 \\ -75 \end{bmatrix} \quad \& \quad P_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

محاسبه ماتریس سختی عضو برای گره آزاد:

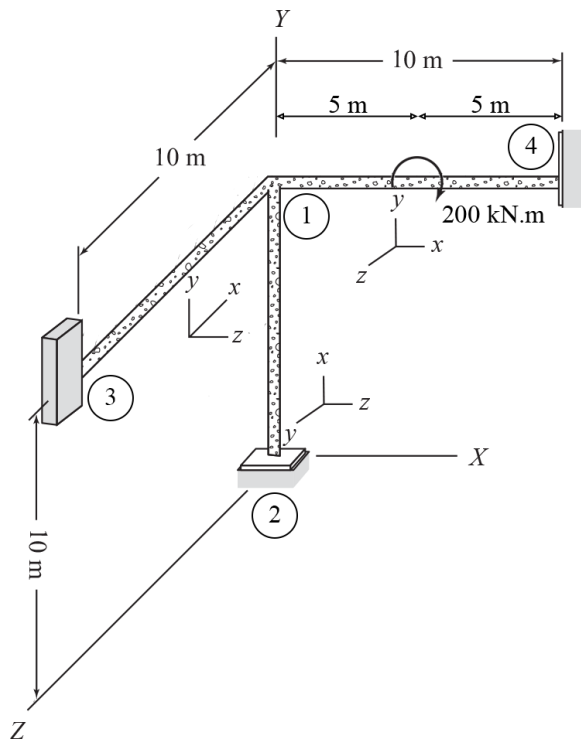
$$K = \begin{pmatrix} 301866.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2231.53683 & 0 & 0 & 0 & -6694.61049 \\ 0 & 0 & 102.337885 & 0 & 307.013655 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9.47582906 \times 10^{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 307.013655 & 0 & 1228.05462 & 0 \\ 0 & -6694.61049 & 0 & 0 & 0 & 26778.442 \end{pmatrix}$$

حل دستگاه :

$$\begin{bmatrix} \Delta_{2x} \\ \Delta_{2y} \\ \Delta_{2z} \\ \theta_{2x} \\ \theta_{2y} \\ \theta_{2z} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0560152 \\ -0.0732866 \\ 0 \\ 0.0195431 \\ -0.011203 \end{pmatrix} \begin{matrix} m \\ m \\ m \\ rad \\ rad \\ rad \end{matrix}$$

قاب فضایی با بارگذاری روی عضو

در قاب فضایی نشان داده شده مطلوب است تعیین جابجایی هر گره:



$$E = 30 \text{ GPa}$$

$$G = 12.5 \text{ GPa}$$

$$A = 31000 \text{ mm}^2$$

$$I_z = 106(10^6) \text{ mm}^4$$

$$I_y = 60(10^6) \text{ mm}^4$$

$$J = 129(10^6) \text{ mm}^4$$

در محاسبات تمامی واحدها به کیلونیوتن و متر تبدیل شده‌اند.

$$E = 30 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$A = 31000 \times 10^{-6} = 0.031 \text{ m}^2$$

$$I_z = 106 \times 10^6 \times 10^{-12} = 0.000106 \text{ m}^4$$

$$I_y = 60 \times 10^6 \times 10^{-12} = 0.00006 \text{ m}^4$$

$$J = 129 \times 10^6 \times 10^{-12} = 0.000129 \text{ m}^4$$

حل :

از آنجایی که طول اعضا برابر است ماتریس سختی اعضا در مختصات محلی با یکدیگر مساوی هستند:

$$\begin{Bmatrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{Bmatrix} k = \begin{bmatrix} 93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 38.16 & 0 & 0 & 0 & 190.8 & 0 & -38.16 & 0 & 0 & 0 & 190.8 \\ 0 & 0 & 21.6 & 0 & -108.0 & 0 & 0 & 0 & -21.6 & 0 & -108.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -161.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -108.0 & 0 & 720.0 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 0 & 360.0 & 0 \\ 0 & 190.8 & 0 & 0 & 0 & 1272.0 & 0 & -190.8 & 0 & 0 & 0 & 636.0 \\ -93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -38.16 & 0 & 0 & 0 & -190.8 & 0 & 38.16 & 0 & 0 & 0 & -190.8 \\ 0 & 0 & -21.6 & 0 & 108.0 & 0 & 0 & 0 & 21.6 & 0 & 108.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 161.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -108.0 & 0 & 360.0 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 0 & 720.0 & 0 \\ 0 & 190.8 & 0 & 0 & 0 & 636.0 & 0 & -190.8 & 0 & 0 & 0 & 1272.0 \end{bmatrix}$$

عضو ۱: گره ۲ به ۱ (عضو قائم)

$$L = 10m \quad \psi = 90^\circ$$

$$^{(1)}r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$^{(1)}T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$^{(1)}K = \begin{bmatrix} 21.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -108.0 & -21.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -108.0 \\ 0 & 93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 38.16 & 190.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & -38.16 & 190.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 190.8 & 1272.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -190.8 & 636.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -161.25 & 0 \\ -108.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 720.0 & 108.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 360.0 \\ -21.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 21.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 108.0 \\ 0 & -93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -38.16 & -190.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 38.16 & -190.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 190.8 & 636.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -190.8 & 1272.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 161.25 & 0 \\ -108.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 360.0 & 108.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 720.0 \end{bmatrix}$$

عضو ۲: گره ۳ به ۱

$$L = 10m \quad \psi = 0^\circ$$

$$^{(2)}r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$^{(2)}T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$^{(2)}K = \begin{bmatrix} 21.6 & 0 & 0 & 0 & -108.0 & 0 & -21.6 & 0 & 0 & 0 & -108.0 & 0 \\ 0 & 38.16 & 0 & 190.8 & 0 & 0 & 0 & -38.16 & 0 & 190.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -93000.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 190.8 & 0 & 1272.0 & 0 & 0 & 0 & -190.8 & 0 & 636.0 & 0 & 0 \\ -108.0 & 0 & 0 & 0 & 720.0 & 0 & 108.0 & 0 & 0 & 0 & 360.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -161.25 \\ -21.6 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 0 & 21.6 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 0 \\ 0 & -38.16 & 0 & -190.8 & 0 & 0 & 0 & 38.16 & 0 & -190.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 93000.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 190.8 & 0 & 636.0 & 0 & 0 & 0 & -190.8 & 0 & 1272.0 & 0 & 0 \\ -108.0 & 0 & 0 & 0 & 360.0 & 0 & 108.0 & 0 & 0 & 0 & 720.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 161.25 \end{bmatrix}$$

عضو ۳: گره ۱ به ۴

$$L = 10m \quad \psi = 0^\circ$$

$$^{(3)}r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^{(3)}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^{(3)}K = \begin{bmatrix} 93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 38.16 & 0 & 0 & 0 & 190.8 & 0 & -38.16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 190.8 \\ 0 & 0 & 21.6 & 0 & -108.0 & 0 & 0 & 0 & -21.6 & 0 & -108.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -161.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -108.0 & 0 & 720.0 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 0 & 360.0 & 0 & 0 \\ 0 & 190.8 & 0 & 0 & 0 & 1272.0 & 0 & -190.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 636.0 \\ -93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 93000.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -38.16 & 0 & 0 & 0 & -190.8 & 0 & 38.16 & 0 & 0 & 0 & 0 & -190.8 \\ 0 & 0 & -21.6 & 0 & 108.0 & 0 & 0 & 0 & 21.6 & 0 & 108.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -161.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 161.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -108.0 & 0 & 360.0 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 0 & 720.0 & 0 & 0 \\ 0 & 190.8 & 0 & 0 & 0 & 636.0 & 0 & -190.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1272.0 \end{bmatrix}$$

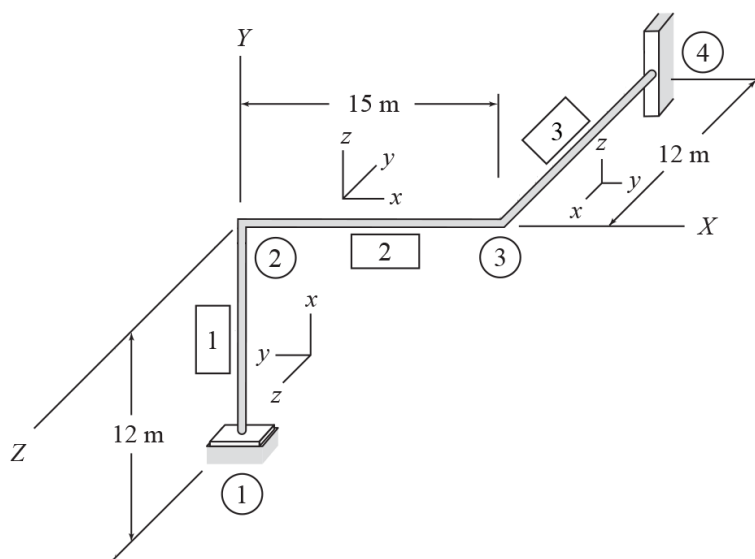
$${}^{(3)}f^f = \begin{bmatrix} 0 \\ -30.0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50.0 \\ 0 \\ 30.0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50.0 \end{bmatrix} \xrightarrow{T \times f^f} {}^{(3)}F^f = \begin{bmatrix} 0 \\ -30.0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50.0 \\ 0 \\ 30.0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50.0 \end{bmatrix}$$

$$K_{ff} = \begin{bmatrix} 93043.2 & 0 & 0 & 0 & 108.0 & 108.0 \\ 0 & 93076.32 & 0 & -190.8 & 0 & 190.8 \\ 0 & 0 & 93059.76 & -190.8 & -108.0 & 0 \\ 0 & -190.8 & -190.8 & 2705.25 & 0 & 0 \\ 108.0 & 0 & -108.0 & 0 & 1601.25 & 0 \\ 108.0 & 190.8 & 0 & 0 & 0 & 2153.25 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_f = K_{ff}^{-1} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -30.0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50.0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -0.000026928884 \\ 0.00027480217 \\ 0.000000041855346 \\ 0.000019384619 \\ 0.0000018191037 \\ 0.023197713 \end{bmatrix}$$

ماتریس چرخش در قاب فضایی

در قاب فضایی نشان داده شده، ماتریس چرخش ($r_{3 \times 3}$) هر عضو را محاسبه نمایید. (به جهت اعضا دقت شود)



عضو ۱: گره ۱ به ۲

$$L = 12m \quad \psi = 0^\circ$$

$$^{(1)}r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

عضو ۲: گره ۲ به ۳

$$L = 15m \quad \psi = -90^\circ \text{ or } 270^\circ$$

$$^{(2)}r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

عضو ۳: گره ۳ به ۴

$$L = 12m \quad \psi = -90^\circ \text{ or } 270^\circ$$

$$^{(3)}r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$