

# فصل (۱)

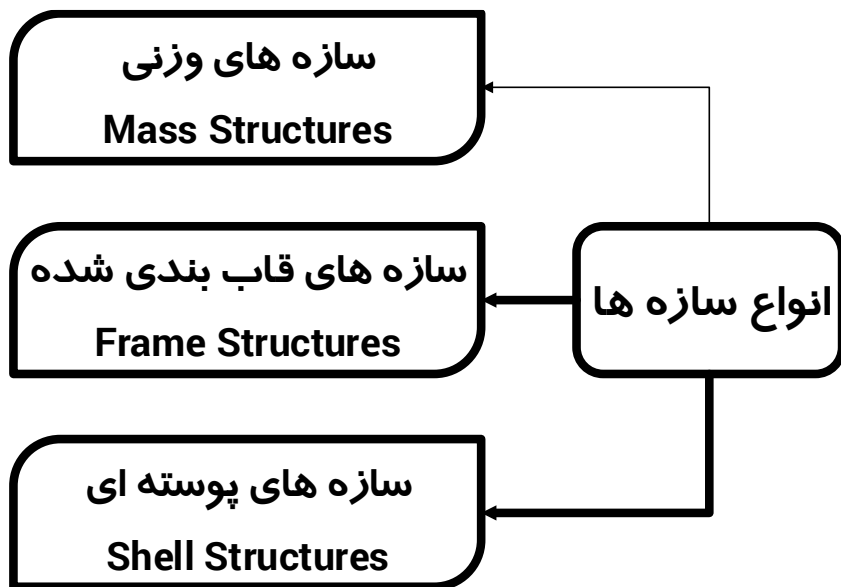
کلیات و تشخیص سازه ها

# سازه (Structure)



- سازه عضو یا مجموعه ای از اعضا می باشد که برای تحمل یا انتقال نیرو به کار می رود.
- هر چیزی سازه محسوب می شود. برای مثال بدن انسان دارای اسکلت، دوچرخه دارای قاب و ساختمان ها شامل تیرها و ستون ها و سقف و سایر اجزا می باشد.

# طبقه بندی سازه ها (بر اساس هندسه)



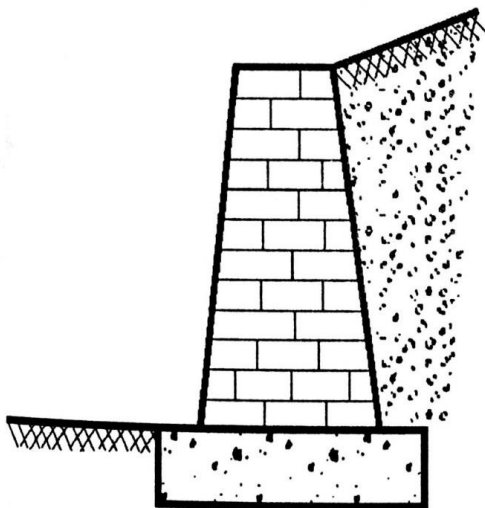
# سازه های وزنی



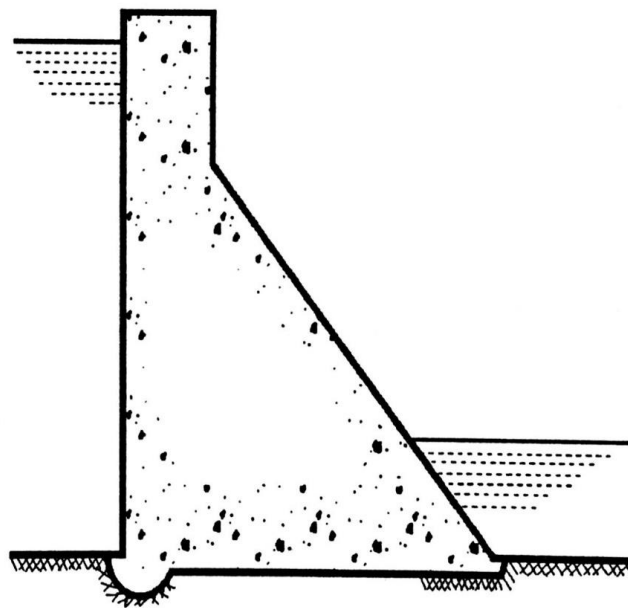
- از مواد سنگین و توپر ساخته شده اند.
- معمولاً ضخیم می باشند.
- پایداری و مقاومت این سازه ها در برابر بارهای وارده بستگی به وزن آن ها دارد.
- نمونه های طبیعی آن کوه ها و سواحل مرجانی
- نمونه های ساخت بشر آن شامل سدها و دیوارهای حائل می باشند.



# سازه های وزنی



دیوار حایل



سد وزنی

# سازه های وزنی



# سازه های وزنی





# سازه های پوسته ای



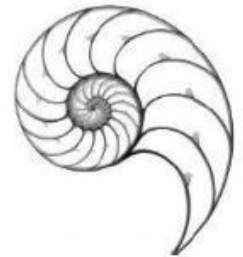
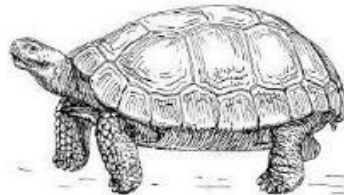
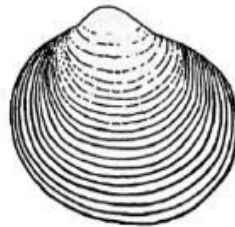
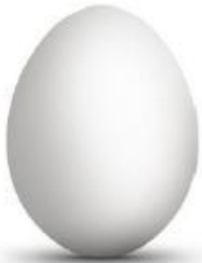
- نمونه های طبیعی آن شامل صدف، جمجمه، پوست تخم مرغ و ... می باشد.
- تحلیل این گونه سازه ها که دارای کاربردهای صنعتی یا معماری هستند معمولا در دروسی همچون تئوری صفحات و پوسته ها و اجزاء محدود مورد توجه قرار می گیرد.

- **پوسته ها** از لایه نازکی از مصالح تشکیل شده اند و به علت توزیع بار مناسب دارای مقاومت بسیار خوبی در برابر بارهای وارده می باشند.
- عامل پایداری در پوسته ها هندسه آن ها می باشد.
- در بسیاری از سازه های مهندسی همانند سقف ها، گنبدها، مخازن، سیلوها، دال های بتنی و ... مورد استفاده قرار می گیرند.

# سازه های پوسته ای



# سازه های پوسته ای طبیعی



$\sqrt{3} = \omega$   
 زلزله

# سازه های قاب بندی شده



- رایج ترین نوع سازه ها می باشند.
- معمولا از اعضای بلند تشکیل شده اند که در انتها به یکدیگر متصل شده اند.
- عامل پایداری آن ها در برابر بارهای وارده بستگی به ترکیب هندسی اجزای آن دارد و معمولا وزن مجموعه در مقایسه با بارهای اعمال شده کوچک می باشد.
- به این نوع سازه ها اسکلتی نیز گفته می شود.
- قاب های چوبی، فلزی و بتنی ساختمان ها، خراباهای مسطح و فضایی و سازه های فضاکار، جرثقیل ها و ... از جمله سازه های قاب بندی شده می باشند.
- تمرکز اصلی تحلیل سازه های ۲و۱ سازه های قاب بندی شده می باشد.



# سازه های قاب بندی شده

۹-۱۲

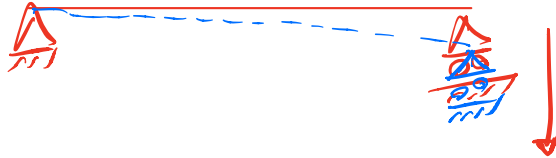
۹-۱۵





# تحلیل سازه

پیش بینی عملکرد سازه مورد نظر تحت بارهای وارده یا سایر اثرات خارجی همانند حرکت تکیه گاه (نشست) ، تغییرات حرارت و ...



# هدف از تحلیل سازه

---

- بررسی پایداری، ناپایداری، معینی و نامعینی سازه
- تعیین واکنش های تکیه گاهی
- تعیین نیروهای داخلی
- محاسبه تغییر شکل سازه

# سازه های فضایی (سه بعدی)

- همه سازه ها سه بعدی هستند، یعنی حجمی از فضا را اشغال کرده و در اختیار بهره بردار قرار می دهد.
- دسته بسیار بزرگی از سازه های سه بعدی از نقطه نظر تحلیل قابل تبدیل به مجموعه ای از سازه های دو بعدی هستند، یعنی می توان آن ها را با توجه به اطلاعات مربوط به صورت دو بعدی تحلیل نمود.
- دسته دیگری از سازه های فضایی وجود دارند که رفتار آن ها قابل تجزیه به رفتار دوبعدی نیست و حتماً بایستی به صورت سه بعدی تحلیل شوند، به این نوع سازه ها، **سازه فضاکار** گفته می شود. پوسته ها دسته بسیار مهمی از سازه های فضاکار هستند.

# سازه های صفحه ای (دو بعدی)

- سازه هایی می باشند که در آن، سازه و بارهای وارد بر آن همگی در یک صفحه قرار دارند.
- درس تحلیل سازه ۱ اختصاص به سازه های قاب بندی شده صفحه ای دارد.
- وجود بعد سوم در سازه های فضایی اصول و روش های کار را تغییر نمی دهد و فقط به علت وجود بعد سوم عملیات قدری پیچیده تر و پر حجم تر می شود.

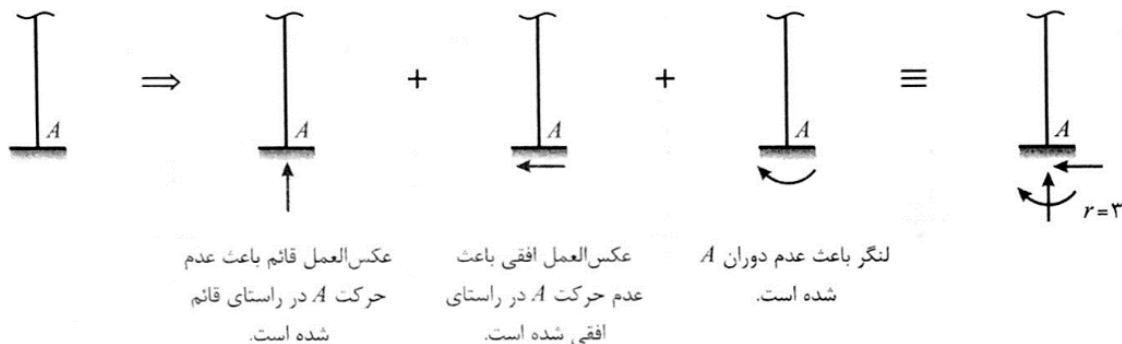
# انواع تکیه گاه

---

- تکیه گاه گیردار
- تکیه گاه مفصلی ثابت یا لولایی
- تکیه گاه مفصلی متحرک یا غلتکی
- تکیه گاه غلتک برشی (لغزنده گیردار، تلسکوپی)
- تکیه گاه ارتجاعی یا فنری
- تکیه گاه رابط یا میله ای

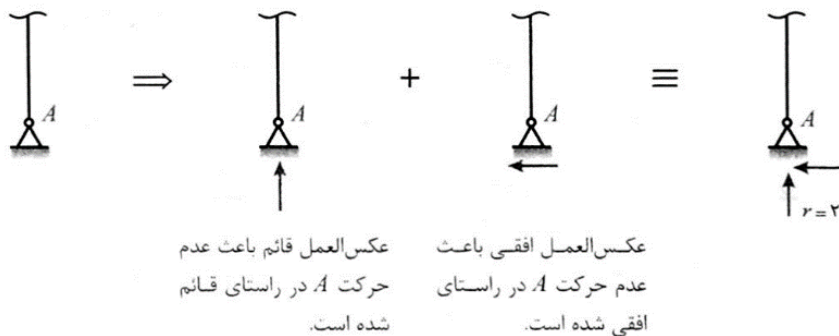
# تکیه گاه گیردار

تکیه گاه گیردار: در این تکیه گاه از حرکت های قائم، افقی و دوران در نقطه  $A$  جلوگیری شده و به همین منظور تکیه گاه باید دارای سه عکس العمل تکیه گاهی باشد.

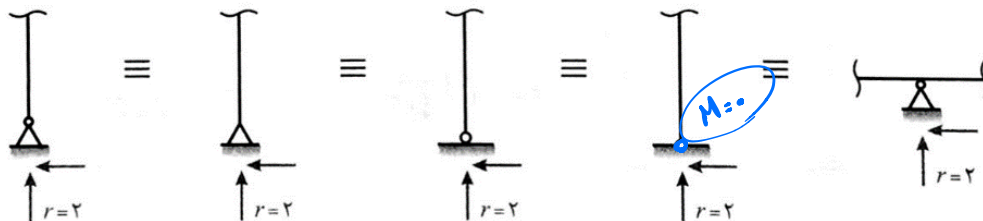


# تکیه گاه مفصلی

**تکیه گاه مفصلی:** در این تکیه گاه از حرکت های قائم و افقی در نقطه  $A$  جلوگیری شده و دوران در محل تکیه گاه آزاد است. به همین منظور این تکیه گاه باید دارای دو عکس العمل تکیه گاهی افقی و قائم باشد.

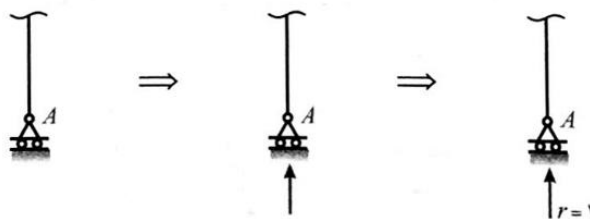


**تذکر:** مدل های دیگری از تکیه گاه مفصلی در شکل های زیر نمایش داده شده است:



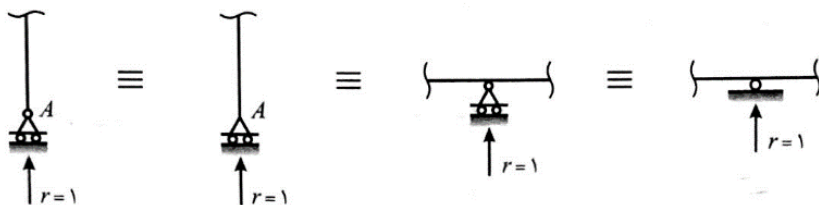
# تکیه گاه غلتکی

**تکیه گاه غلتکی:** در این تکیه گاه، از حرکت قائم در نقطه  $A$  جلوگیری شده و حرکت افقی و دوران در محل تکیه گاه آزاد است. به همین منظور این تکیه گاه باید دارای یک عکس العمل تکیه گاهی باشد.

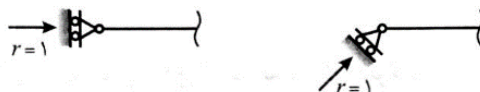


عکس العمل قائم باعث عدم حرکت  $A$  در راستای قائم شده است.

**تذکر:** مدل های دیگری از تکیه گاه غلتکی در شکل های زیر نمایش داده شده است:



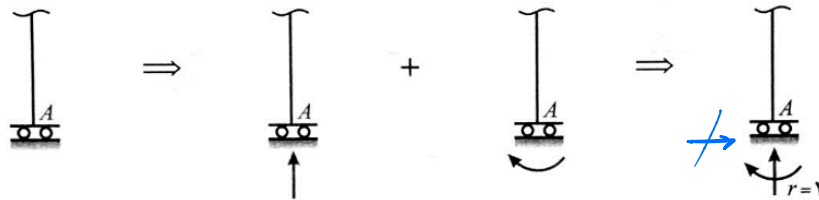
همچنین توجه شود که تکیه گاه غلتکی به صورت افقی و مایل نیز می تواند در سازه قرار گیرد. در شکل های زیر، عکس العمل تکیه گاه در این حالات نشان داده شده است:





# تکیه گاه غلتک برشی (لغزنده گیردار)

- **تکیه گاه لغزنده گیردار:** در این تکیه گاه، از حرکت قائم و دوران در  $A$  جلوگیری شده و حرکت افقی در محل تکیه گاه آزاد است. به همین منظور این تکیه گاه باید دارای دو عکس العمل تکیه گاهی باشد.

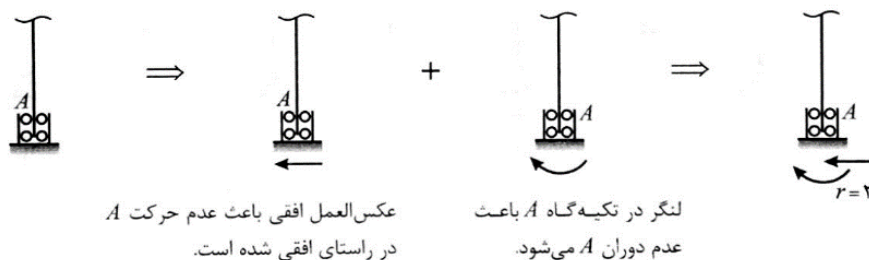


عکس العمل قائم باعث عدم حرکت  $A$  در راستای قائم شده است.

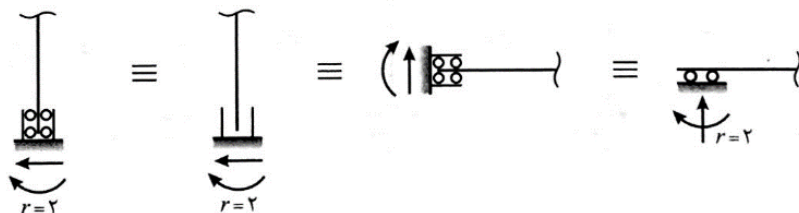
لنگر در تکیه گاه  $A$  باعث عدم دوران  $A$  می شود.

# تکیه گاه غلتک برشی (تلسکوپی)

● **تکیه گاه تلسکوپی:** در این تکیه گاه، از حرکت افقی و دوران در  $A$  جلوگیری شده و حرکت قائم در محل تکیه گاه آزاد است. به همین منظور این تکیه گاه باید دارای دو عکس العمل تکیه گاهی باشد.



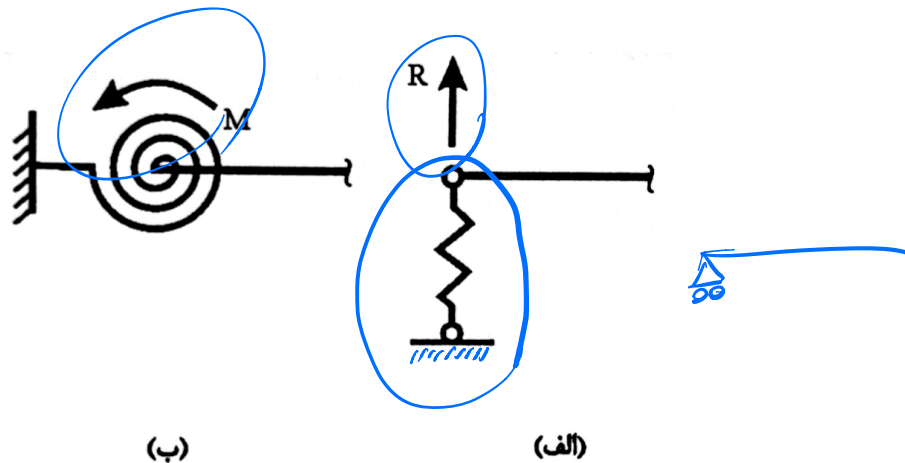
**تذکر:** مدل های دیگری از تکیه گاه تلسکوپی در شکل های زیر نمایش داده شده است:



# تکیه گاه ارتجاعی یا فنری

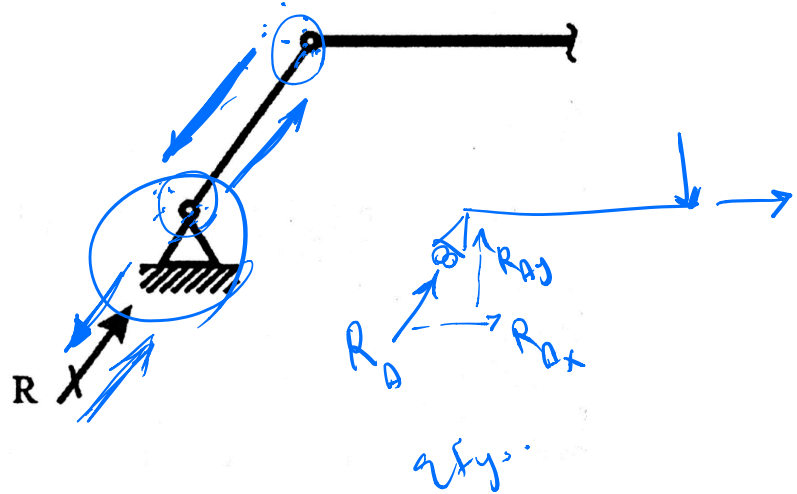
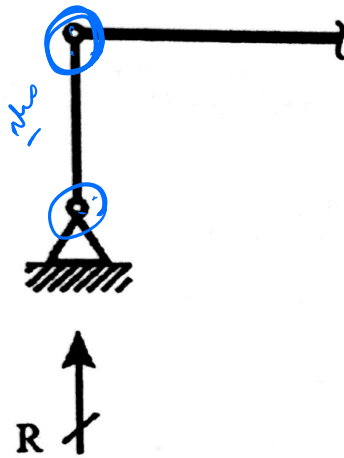
در این نوع تکیه گاه ها، عکس العمل های مؤثر به جسم متناسب با سختی (قابلیت تغییر مکان و دوران) محیط تکیه گاهی در محل اتکا می باشند.

- عکس العمل فنر انتقالی (شکل الف):  $R = K \Delta$
- عکس العمل فنر دورانی (پیچشی) (شکل ب):  $M = K \theta$



# تکیه گاه رابط یا میله ای

این نوع تکیه گاه از میله کوتاه که در دو انتها مفصل (لولا) شده است تشکیل شده است و عکس العمل آن نیرویی در امتداد محور میله می باشد.



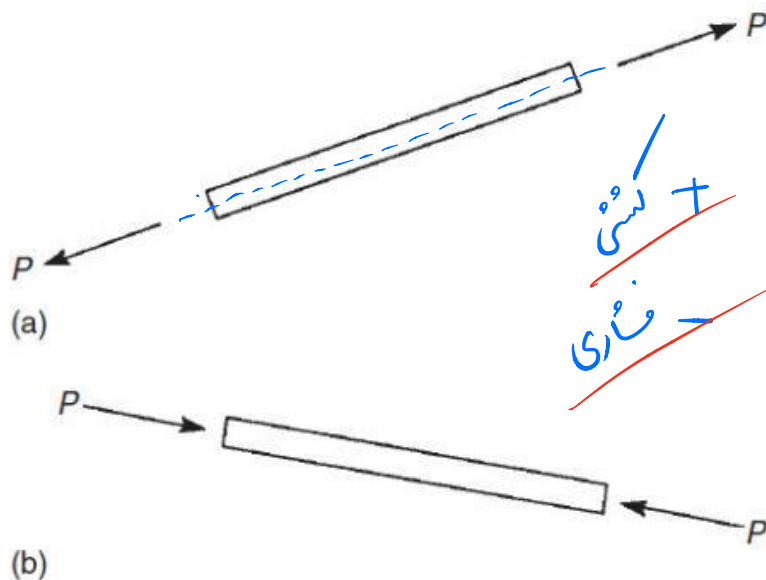
# انواع نیروهای سازه ای

---

- نیروی محوری (کششی و فشاری)
- نیروی برشی
- ممان (لنگر) خمشی
- ممان (لنگر) پیچشی

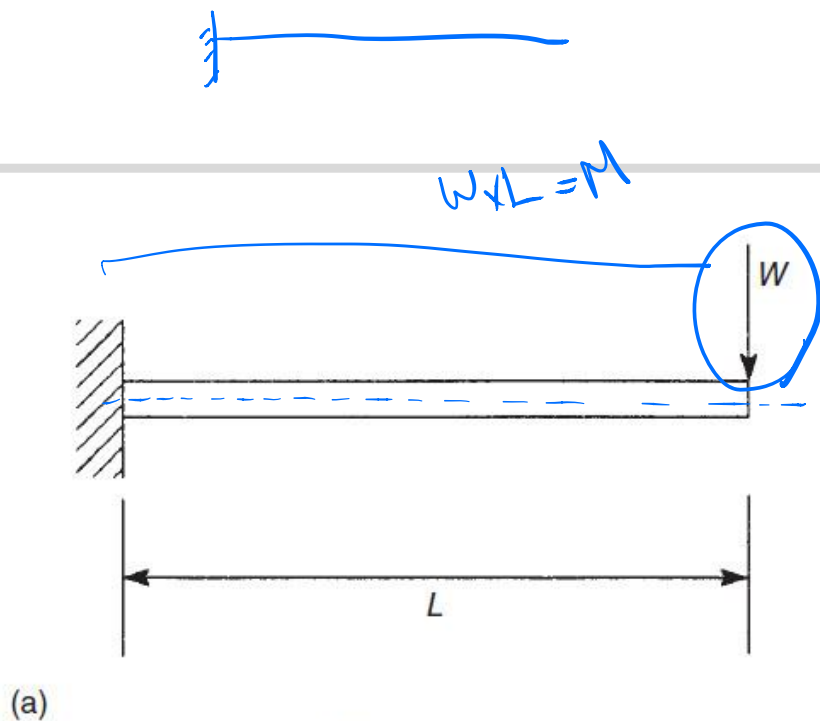
# نیروی محوری

- نیروهای محوری در امتداد محور طولی عضو سازه می باشند.
- اگر اثر نیروی محوری افزایش طول عضو باشد، عضو در کشش قرار دارد و نیروی اعمال شده کششی نام دارد. شکل a



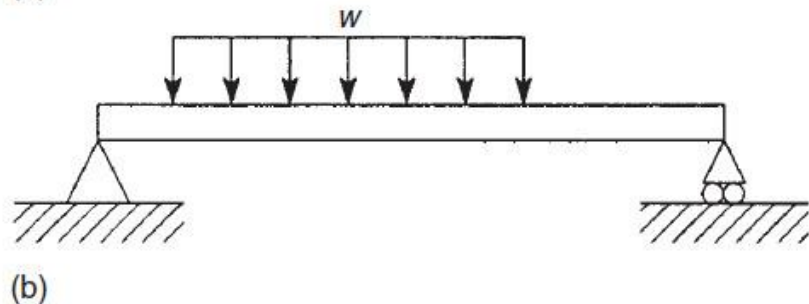
- اگر اثر نیروی محوری کاهش طول عضو باشد، عضو در فشار قرار دارد و نیروی اعمال شده فشاری نام دارد. شکل b و c

# نیروی برشی



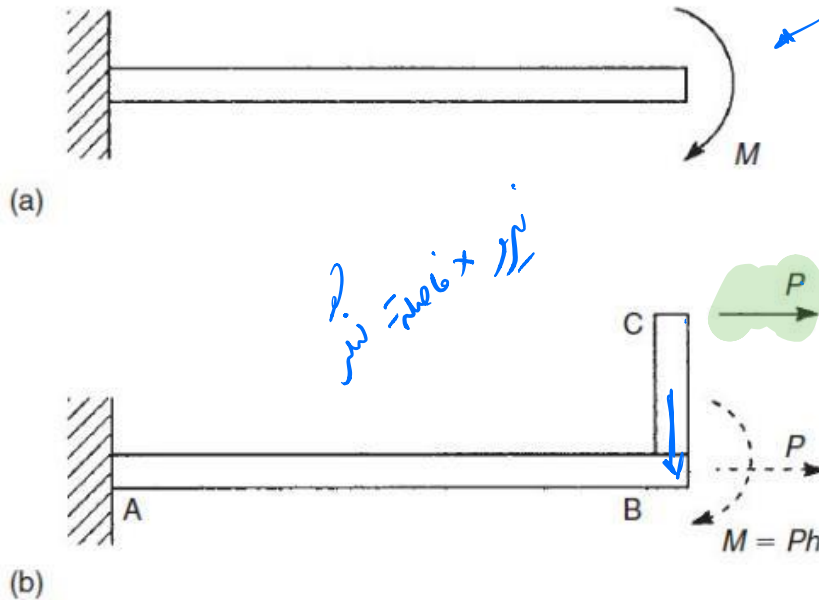
- نیروی برشی به صورت عمود بر محور طولی عضو وارد می شود.

- شکل a بار متمرکز (برشی)
- شکل b بار گسترده (برشی)



# ممان خمشی

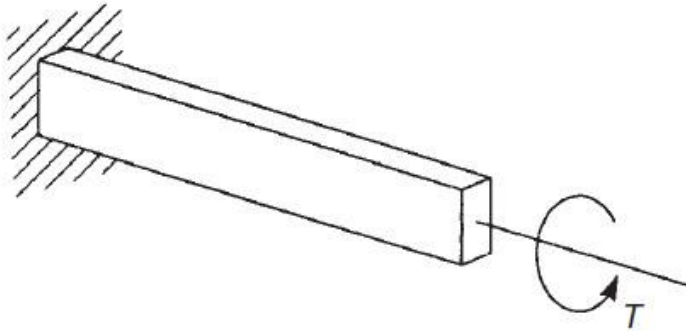
- در عمل اعمال ممان خمشی خالص مانند شکل a سخت می باشد.
- معمولاً، ممان خمشی خالص از طریق اعمال نیرو به سایر اعضا مجاور به وجود می آید.



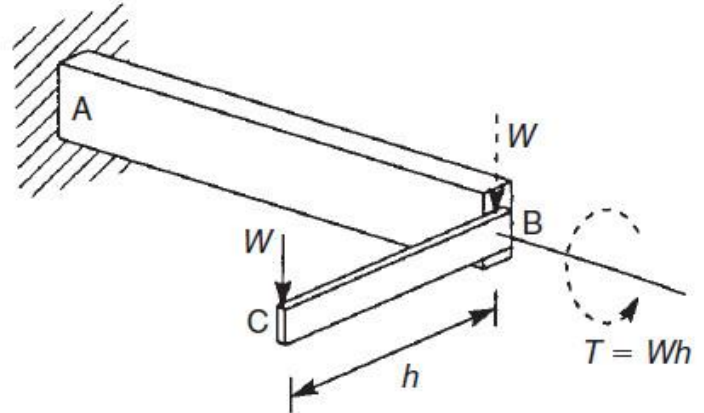
- شکل b تیری را نشان می دهد که تحت نیروی محوری P و ممان خمشی  $M = Ph$  قرار گرفته است.



# ممان پیچشی



(a)



(b)

# طبقه بندی سازه های اسکلتی بر اساس مکانیزم انتقال نیرو

☐ خرپا صفحه ای (۲ بعدی)

☐ تیر (۲ بعدی)

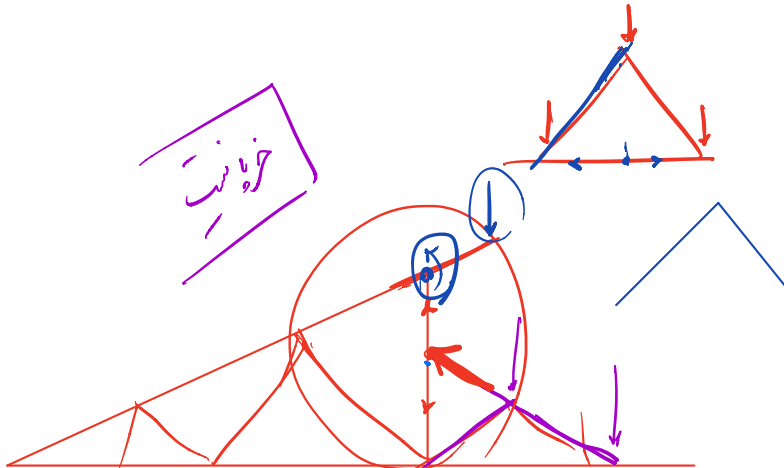
☐ قاب صفحه ای (۲ بعدی)

☐ خرپا فضایی (۳ بعدی)

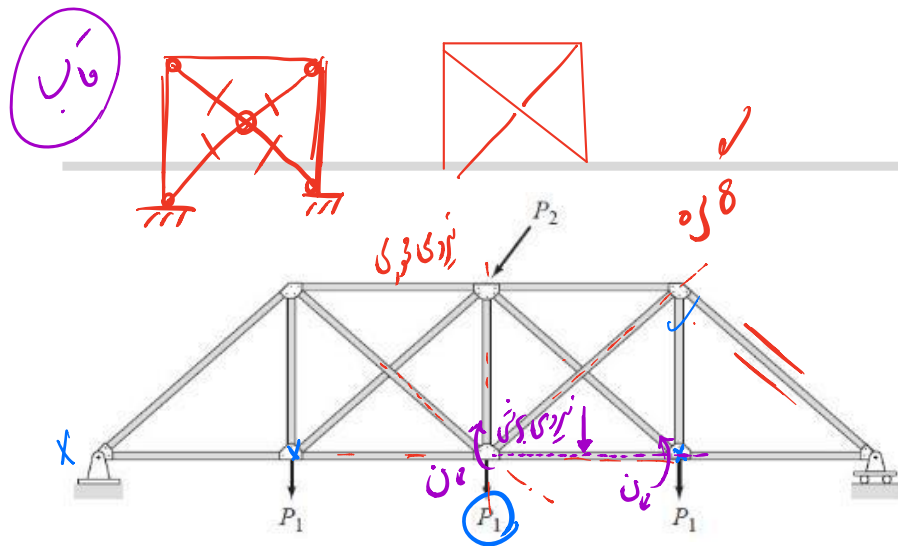
☐ شبکه (۳ بعدی)

☐ قاب فضایی (۳ بعدی)

☐ قوس ها و کابل ها



# خرپا صفحه ای



- خرپا متشکل از اعضای خطی می باشد که در انتها با اتصال مفصلی (لولایی) به یکدیگر متصل شده اند و فقط تحت بار و عکس العمل هایی واقع بر گره های خود می باشند.

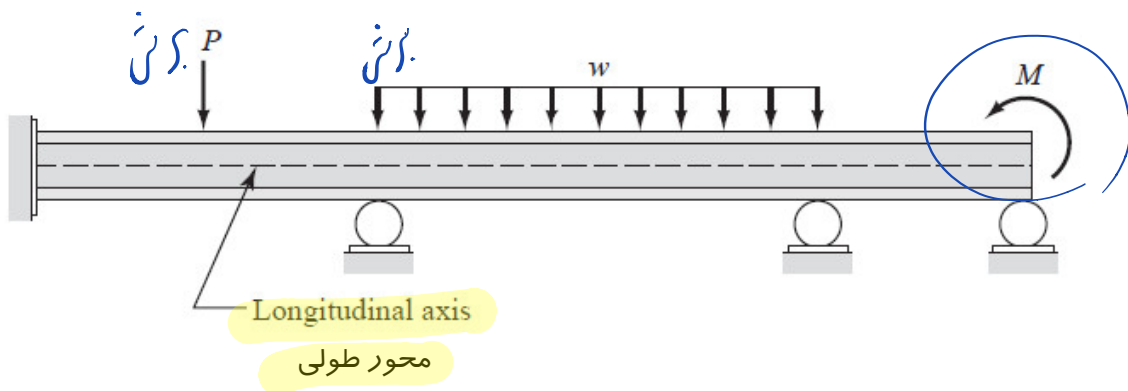
- اعضای خرپا ایده آل، تحت بارگذاری فقط تولید نیروی محوری (کششی یا فشاری) می کنند. به عبارتی خرپاها ممان را انتقال نمی دهند.

- اگر همه اعضا و نیروهای وارده به خرپا در یک صفحه قرار گرفته باشند به آن خرپای صفحه ای گفته می شود.



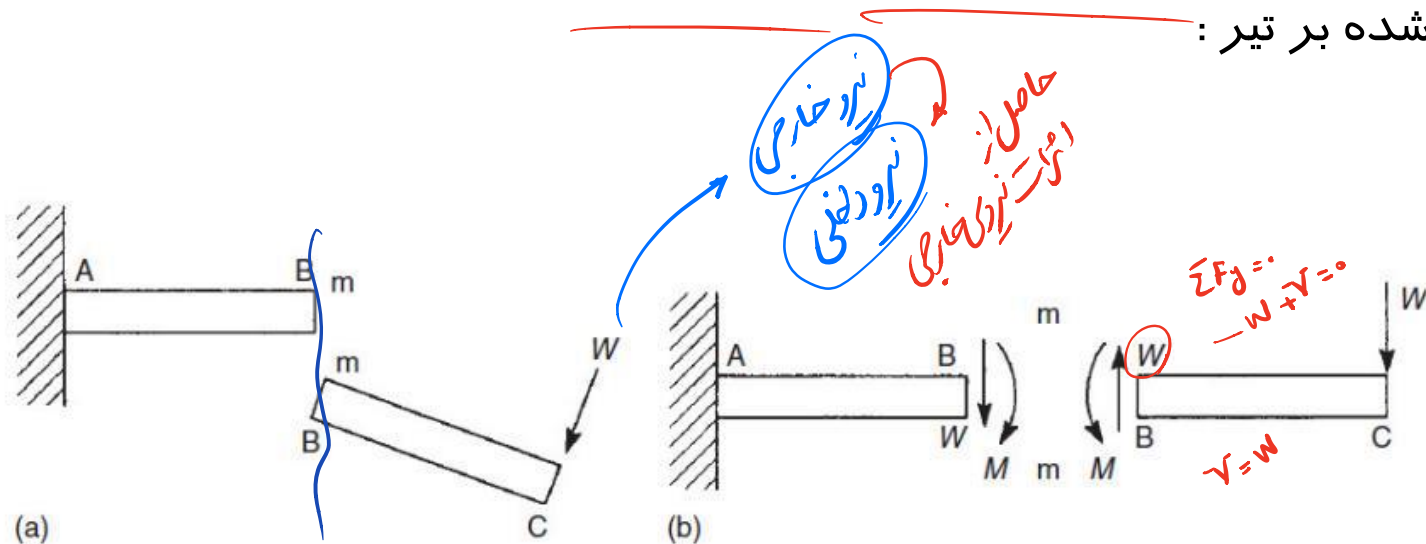
# تیر

- تیر به عنوان سازه یا عضوی خطی و بلند تعریف می شود که تحت بارگذاری قائم نسبت به محور طولی خود قرار گرفته است.
- غالباً اعضای تیر تحت نیروی برشی و ممان خمشی قرار دارند (صرف نظر از نیروی محوری).

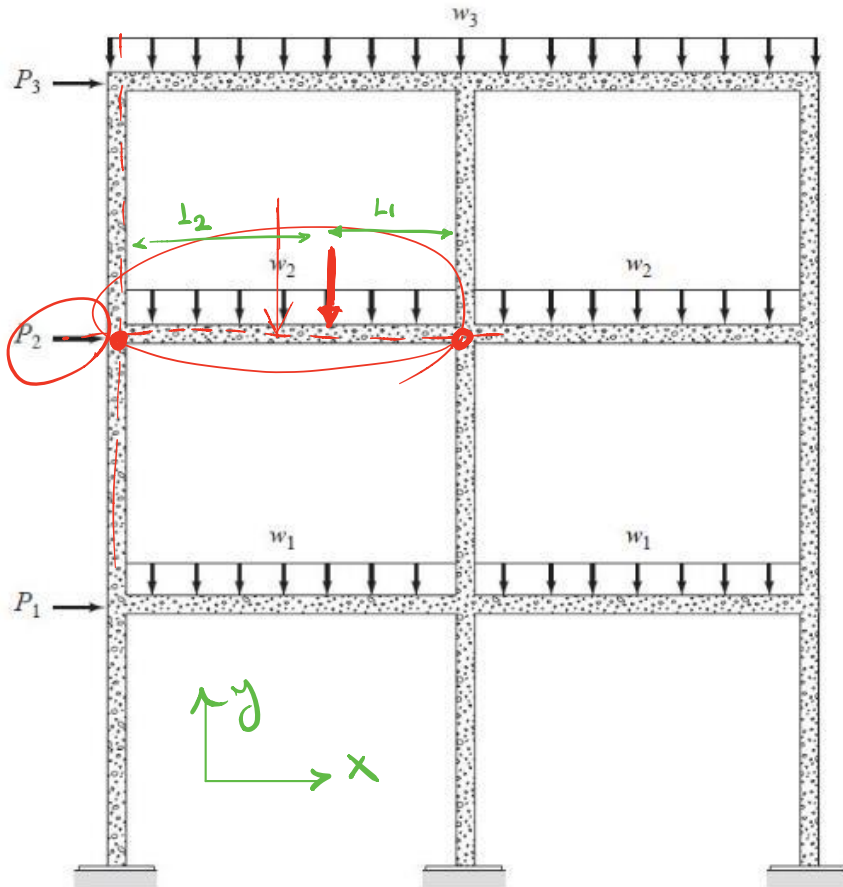


# نمایش نیروهای داخلی تیر

نیروهای داخلی (نیروی برشی و ممان خمشی) حاصل از نیروی برشی وارد شده بر تیر:



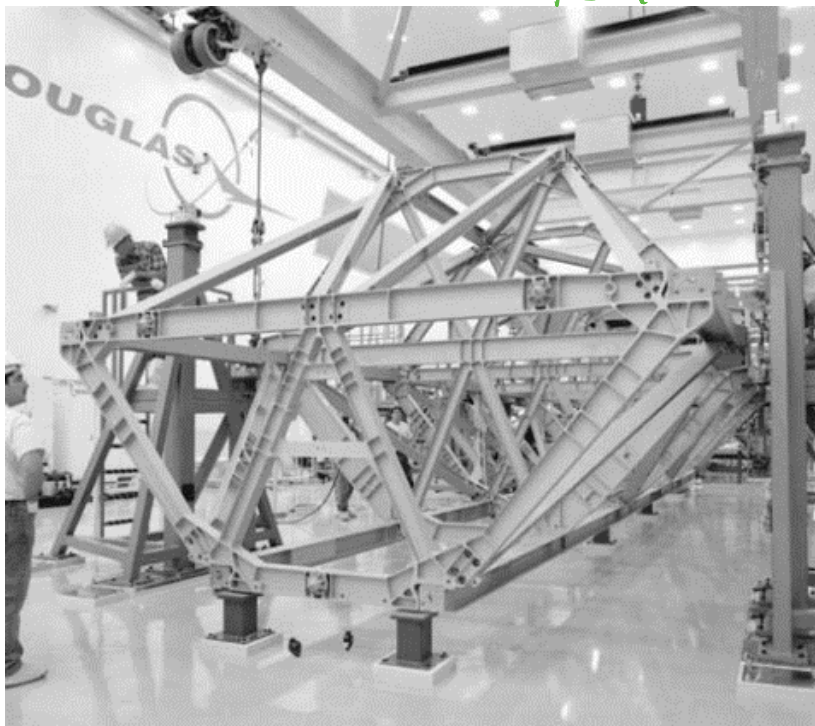
# قاب صفحه ای



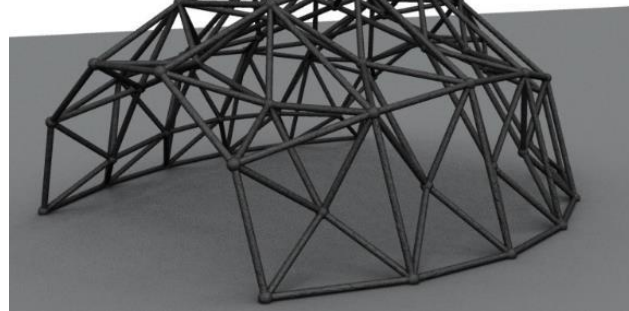
- قاب ها از اعضای خطی تشکیل شده اند که در انتها با اتصالات صلب یا لولایی به یکدیگر متصل شده اند.
- بر خلاف خرپاها که فقط در گره ها قابلیت بارگذاری را داشتند، قاب ها قابلیت بارگذاری هم بر روی گره ها و هم بر روی اعضا را دارند.
- اعضای قاب می توانند تحت نیروی محوری، نیروی برشی و ممان خمشی قرار گیرند.
- اگر همه اعضا و نیروهای وارده به قاب در یک صفحه قرار داشته باشند به آن قاب صفحه ای گفته می شود.

# خرپا فضایی

X Y  
X Y Z



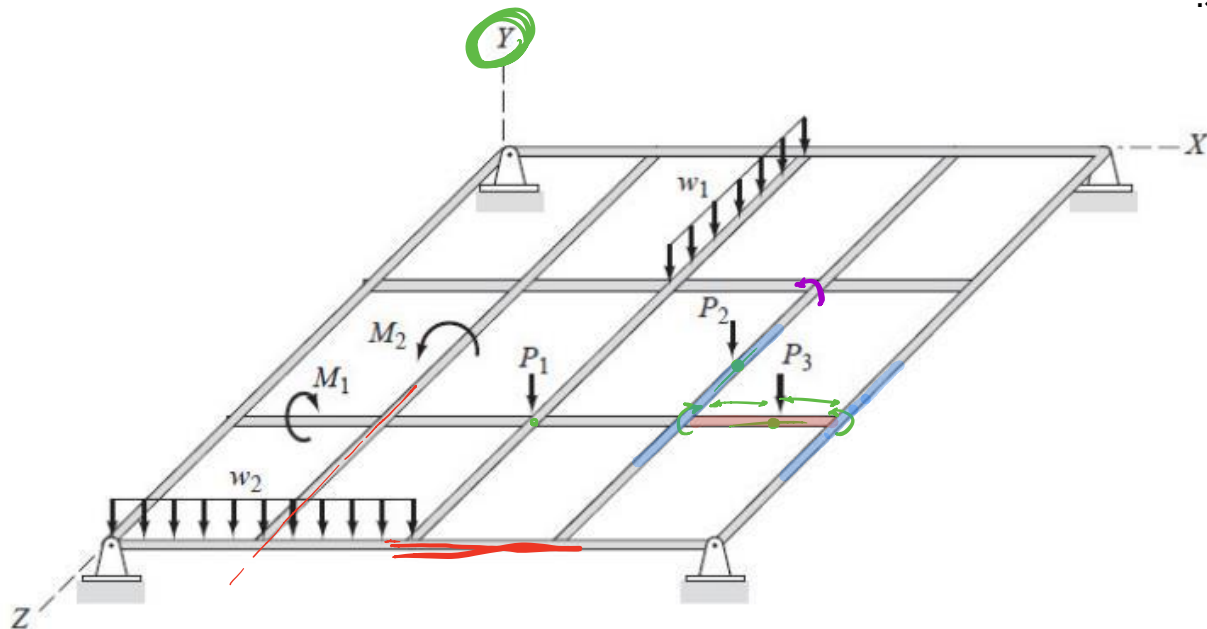
- خصوصیات آنها همانند خرپاهای صفحه ای می باشند با این تفاوت که اعضا و نیروهای آن در یک صفحه نیستند و نیازمند تحلیل ۳ بعدی می باشند.



# شبکه



- شبکه ها همانند قاب صفحه ای می باشند با این تفاوت که بارگذاری در قاب ها در همان صفحه قاب قرار دارد ولی در شبکه بارگذاری عمود بر صفحه سازه می باشد.
- بنابراین اعضای شبکه می توانند علاوه بر نیروی برشی و ممان خمشی، تحت ممان پیچشی نیز قرار گیرند.





# شبکه



# قاب فضایی

$F_x$  ثرری  $M_x$  خمشی  
 $F_y$  دشی  $M_y$  خمشی  
 $F_z$  برشی  $M_z$  خمشی

- قاب های فضایی متداول ترین نوع سازه های قاب بندی شده می باشند.
- اعضای قاب فضایی می توانند به هر جهتی در فضا قرار گیرند و در انتها با اتصالات صلب یا لولایی به یکدیگر متصل شوند.
- قابلیت بارگذاری هم بر روی گره ها و هم بر روی اعضا در هر جهتی را دارند.
- اعضای قاب می توانند تحت ممان خمشی حول هر دو محور اصلی، نیروی برشی در هر دو محور اصلی، نیروی محوری و ممان پیچشی قرار گیرند.



# قوس ها و کابل ها

## تفاوت سازه کابلی با خرپا:

- بارگذاری بر روی اعضا نیز وجود دارد.

## تفاوت سازه قوسی با قاب:

- اعضای سازه قوسی خمیده می باشند.

- سازه های کابلی فقط می توانند کشش را

تحمل کنند.



# گره

---

محل برخورد دو یا چند عضو گره نامیده می شود، همچنین محل اتصال اعضای سازه به زمین را نیز گره می نامیم.

---

# مدل هندسی ایده آل سازه

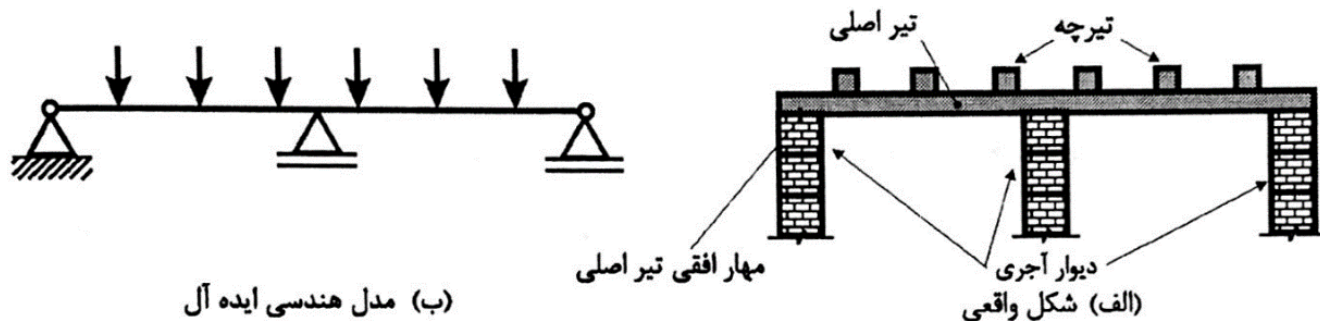
برای بررسی پایداری، تعیین واکنش‌های تکیه گاهی و محاسبه نیروهای داخلی لازم است که سازه واقعی را با یک شکل هندسی متشکل از خطوط ساده که نشان دهنده میان تار اعضا سازه می باشند، جایگزین نماییم.

در مدل کردن سازه باید به نکات زیر دقت نمود :

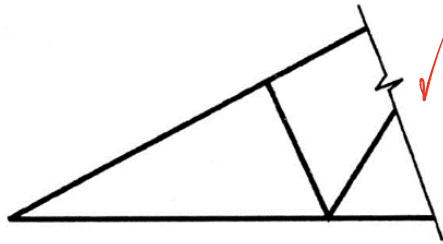
۱- نشان دادن جزئیات ساختمانی در مدل لازم نمی باشد

۲- در صورتی که سطح تاثیر بار در مقایسه با مقدار آن کوچک باشد می توان آن بار را متمرکز فرض نمود.

۳- در انتخاب تکیه گاه ها و اتصالات باید دقیق بود که نزدیک ترین رفتار را با واقعیت داشته باشند.

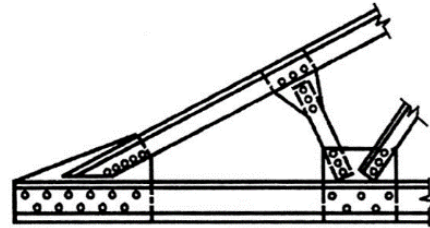


# مدل هندسی ایده آل سازه

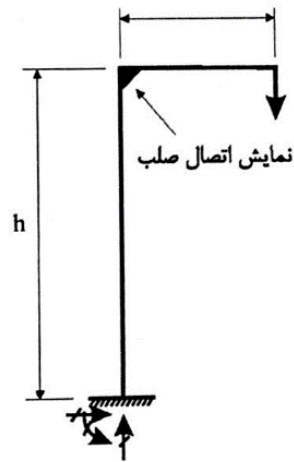


(ب) مدل هندسی ایده آل

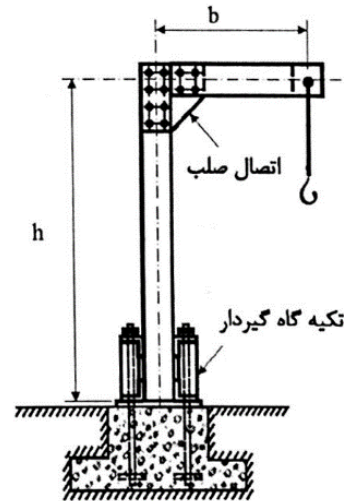
$b$



(پ) شکل واقعی

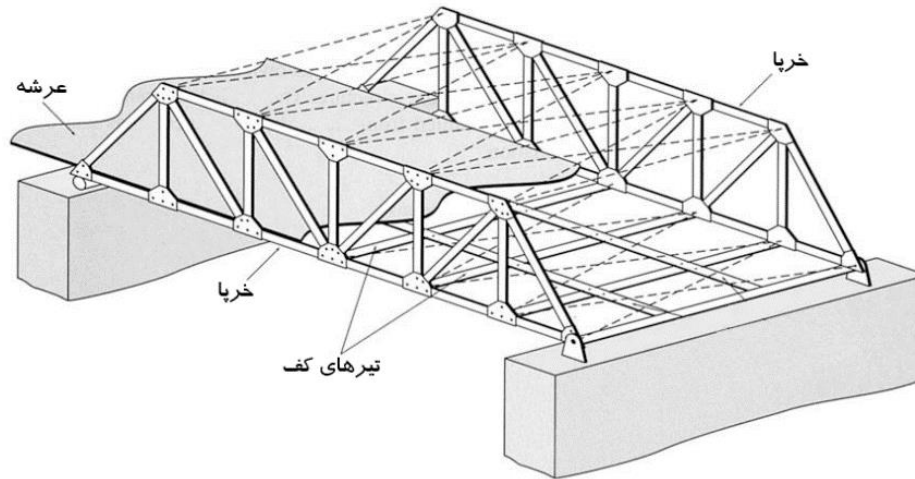


(ج) مدل هندسی ایده آل

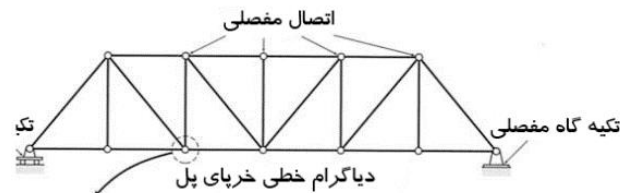


(ث) شکل واقعی

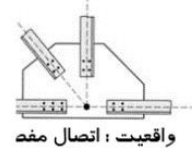
# مدل هندسی ایده آل سازه



(a)



(b)



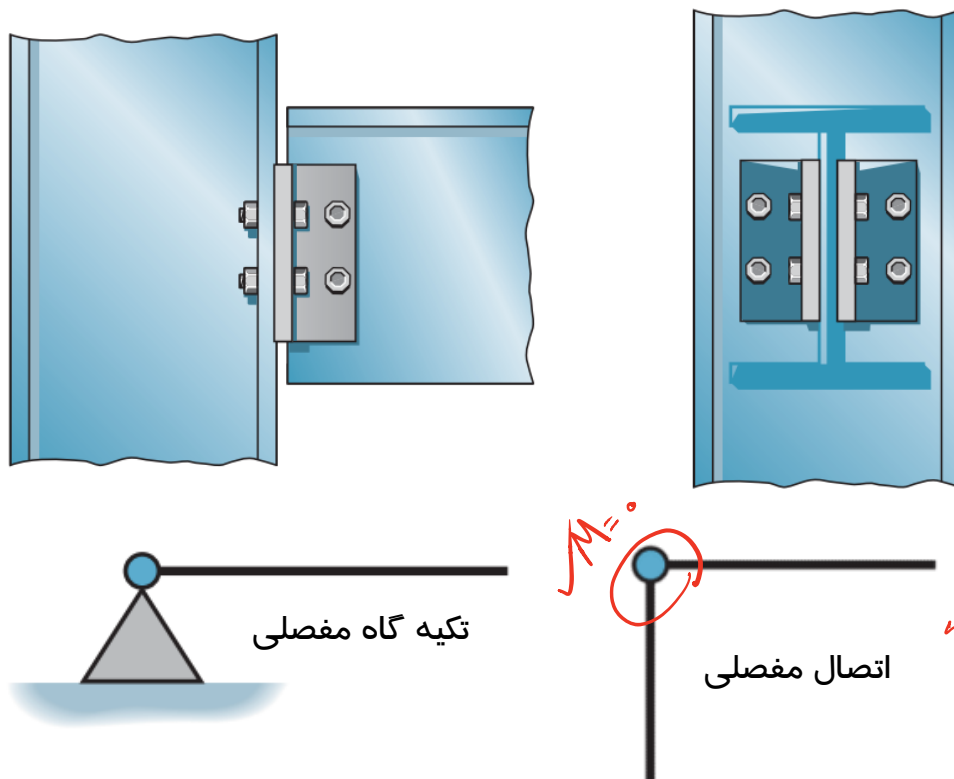
(c)



ایده آل : اتصال مفصلی

# مدل هندسی ایده آل سازه

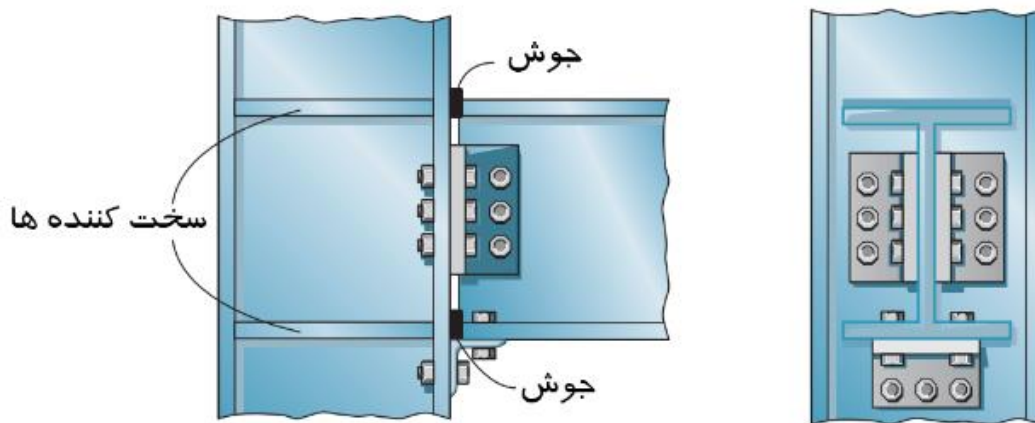
اتصال و تکیه گاه مفصلی





# مدل هندسی ایده آل سازه

اتصال صلب و تکیه گاه گیردار



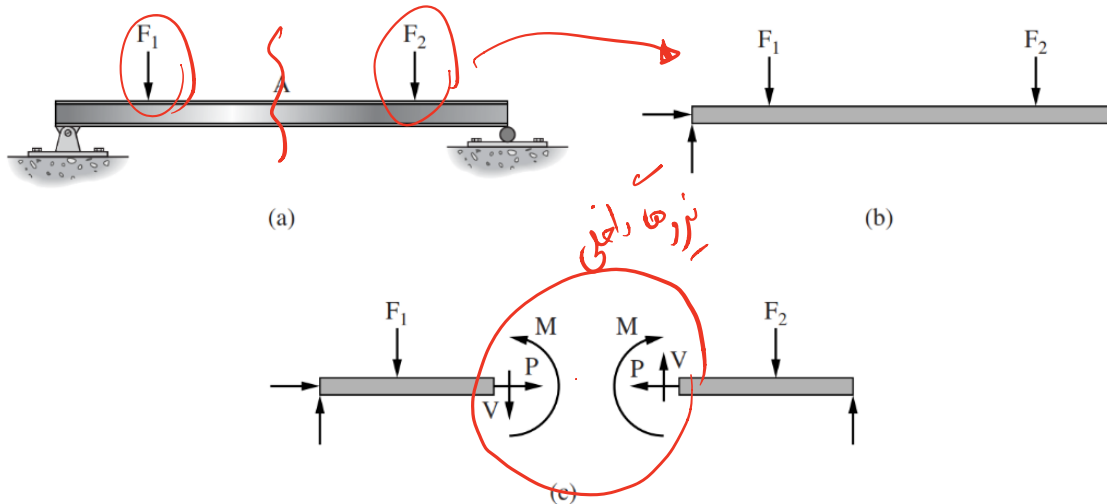
# نمودار جسم آزاد (Free Body Diagram)

اگر تکیه گاه های یک سازه را با واکنش هایی که آن تکیه گاه ها ایجاد می نمایند جایگزین کنیم و سپس سازه را به انضمام کلیه نیرووهایی که بر آن اثر می کنند نمایش دهیم به شکل بدست آمده نمودار (دیاگرام) جسم آزاد آن سازه می گویند.

(a) تیر

(b) دیاگرام جسم آزاد تیر با رسم نیروهای خارجی و واکنش های تکیه گاهی

(c) دیاگرام جسم آزاد تیر با رسم نیروهای خارجی و واکنش های تکیه گاهی و نیروهای داخلی



# تعداد ایستایی (استاتیکی)

به جسمی که ابتدا ساکن بوده و پس از اثر سیستم نیرویی همچنان ساکن باقی بماند، می گویند که در حال تعادل ایستایی است.

به عبارتی برآیند نیروهای وارد بر سازه صفر می باشد.

در حالت فضایی :

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

در حالت صفحه ای :

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

معادلات فوق، معادلات تعادل ایستایی (استاتیکی) نامیده می شوند.

# سازه معین و نامعین

هر گاه برای سازه ای بتوان مجهولات (واکنش های تکیه گاهی و نیروهای داخلی) را به تنهایی توسط روابط تعادل ایستایی تعیین نمود، به آن سازه معین ایستایی (استاتیکی) می گوئیم. در غیر این صورت سازه نامعین ایستایی (استاتیکی) می باشد.

## نامعینی به صورت می باشد :

- خارجی : نامعینی مربوط به مازاد بودن عکس العمل های تکیه گاهی
- داخلی : نامعینی مربوط به تعیین نیروهای داخلی اعضا

# درجه نامعینی (استاتیکی)

هر سازه متعادلی دارای تعدادی مجهول و معادله در روند حل سازه می باشد، به تفاضل تعداد مجهولات و معادلات در یک سازه، درجه نامعینی (استاتیکی) گفته می شود.

Degree of Static Indeterminacy , DSI



سازه معین:  $DSI=0$

$DSI=4^0$

در غیر این صورت سازه نامعین است.

$DSI > 0$

# درجه نامعینی (استاتیکی) - خرپا صفحه ای

لا حرف

• روش اول :

$$DSI = (r + 3k) - (c + 3)$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$k$  = تعداد حلقه های بسته در سازه

$c$  = تعداد معادلات شرط

• روش دوم :

$$DSI = (m + r) - 2n$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$m$  = تعداد اعضا

$n$  = تعداد گره ها

# درجه نامعینی (استاتیکی) – قاب صفحه ای

## • روش اول :

$$DSI = (r + 3k) - (c + 3)$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$k$  = تعداد حلقه های بسته در سازه

$c$  = تعداد معادلات شرط

## • روش دوم :

$$DSI = (3m + r) - (3n + c)$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$m$  = تعداد اعضا

$n$  = تعداد گره ها

$c$  = تعداد معادلات شرط



# درجه نامعینی (استاتیکی) - شبکه

## • روش اول :

$$DSI = (r + 3k) - (c + 3)$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$k$  = تعداد حلقه های بسته در سازه

$c$  = تعداد معادلات شرط

## • روش دوم :

$$DSI = (3m + r) - (3n + c)$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$m$  = تعداد اعضا

$n$  = تعداد گره ها

$c$  = تعداد معادلات شرط



# درجه نامعینی (استاتیکی) - خرپا فضایی

$$DSI = (m + r) - 3n$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$m$  = تعداد اعضا

$n$  = تعداد گره ها

# درجه نامعینی (استاتیکی) - قاب فضایی

$$DSI = (6m + r) - (6n + c)$$

$r$  = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی مجهول در سازه

$m$  = تعداد اعضا

$n$  = تعداد گره ها

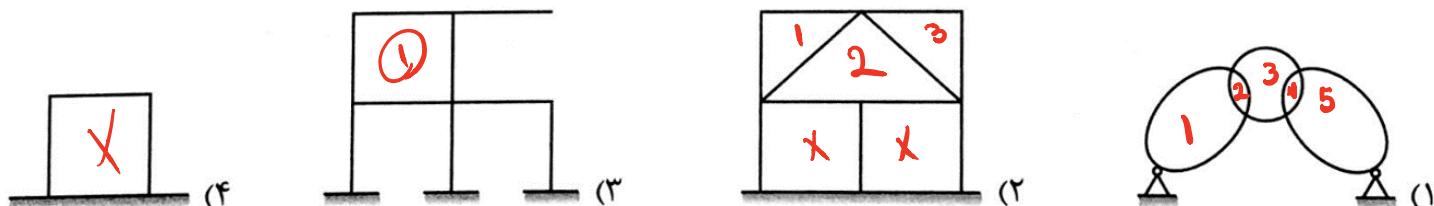
$c$  = تعداد معادلات شرط

$$DSI = (1+3k) - (3 \times 3)$$

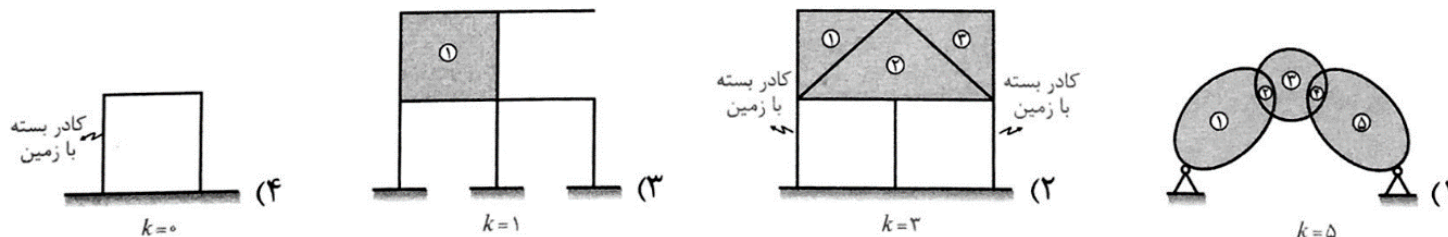
# شمارش حلقه های بسته

• **نکته:** در تعیین درجه نامعینی، فضای بسته ساخته شده توسط اعضا با زمین، در شمارش حلقه های بسته محسوب نمی شود.

• **مثال ۱:** در سازه های زیر تعداد حلقه های بسته برای تعیین درجه نامعینی را مشخص کنید.



• **حل:**



## روابط شرطی (گمبی)

نمونه

همان طور که بیان شد تعداد معادلات تعادل ایستایی در صفحه ۳ عدد می باشد. در بعضی سازه ها طراح عمداً شرایطی ایجاد می نماید که یکی از نیروهای داخلی صفر گردد. این شرایط ایجاد معادله تعادل مستقل جدیدی می نماید که باید به معادلات تعادل ایستایی اضافه گردد. به این معادله شرطی می گویند.

معادلات شرطی می توانند به علت وجود مفصل خمشی (داخلی) یا غلتک داخلی یا جزئیات مشابه باشند.

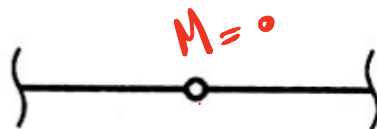
# روابط شرطی – مفصل خمشی

در محل این مفصل، لنگر خمشی داخلی ایجاد شده در عضو صفر می باشد.

$$M=0$$

به عبارتی این موضوع یک معادله کمکی (معادله شرط) در روند حل برای ما ایجاد می کند.

- در محل یک مفصل خمشی، تعداد معادلات شرط (C) برابر با تعداد اعضای متصل به مفصل منهای یک می باشد.



(مفصل خمشی)

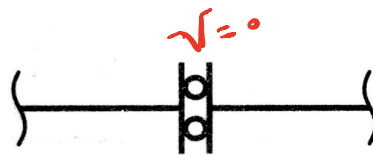
# روابط شرطی - مفصل برشی

در محل این مفصل، نیروی برشی داخلی ایجاد شده در عضو صفر می باشد.

$$V=0$$

به عبارتی این موضوع یک معادله کمکی (معادله شرط) در روند حل برای ما ایجاد می کند.

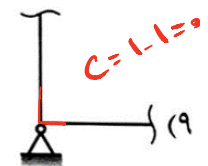
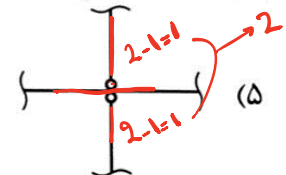
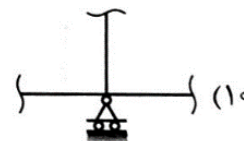
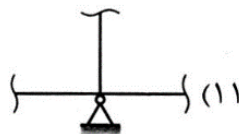
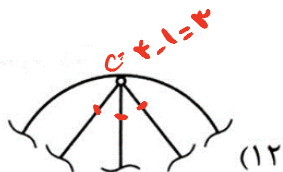
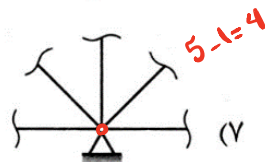
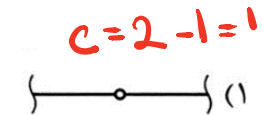
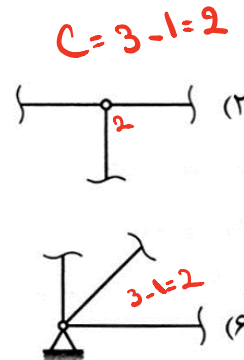
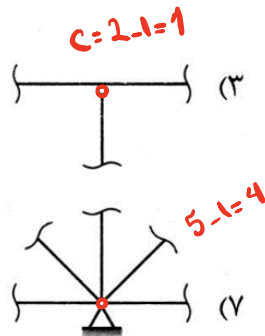
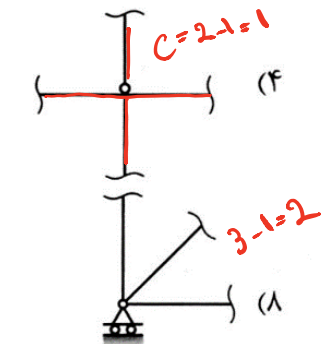
- در محل یک مفصل برشی، تعداد معادلات شرط (C) برابر با تعداد اعضای متصل به مفصل منهای یک می باشد.



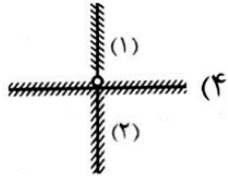
(مفصل برشی)

## مثال ۲

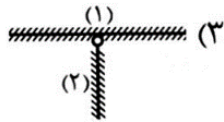
در شکل های زیر تعداد معادلات شرط را مشخص کنید :



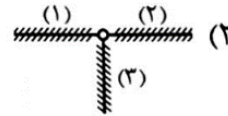
# حل مثال ٢



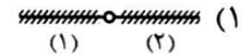
$$c = ٢ - ١ = ١$$



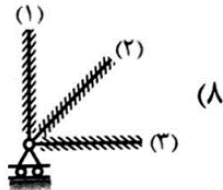
$$c = ٢ - ١ = ١$$



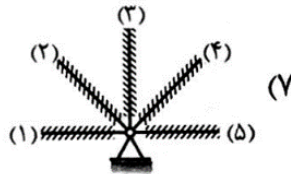
$$c = ٣ - ١ = ٢$$



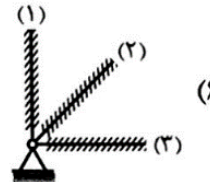
$$c = ٢ - ١ = ١$$



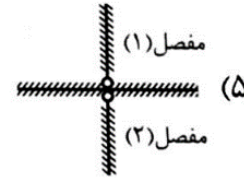
$$c = ٣ - ١ = ٢$$



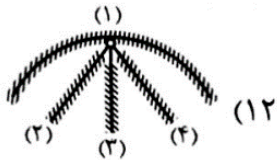
$$c = ٥ - ١ = ٤$$



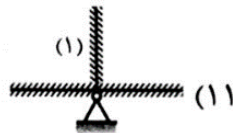
$$c = ٣ - ١ = ٢$$



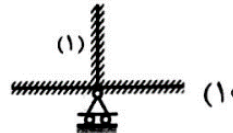
$$c = (٢ - ١) + (٢ - ١) = ٢$$



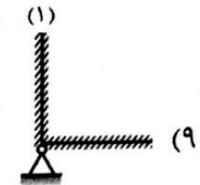
$$c = ٤ - ١ = ٣$$



$$c = ١ - ١ = ٠$$



$$c = ١ - ١ = ٠$$



$$c = ١ - ١ = ٠$$

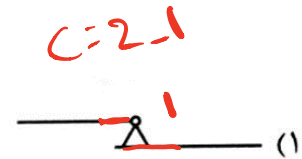
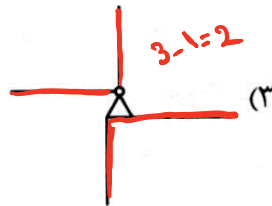
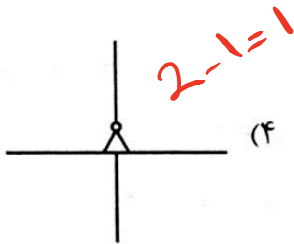


# روابط شرطی - تکیه گاه داخلی

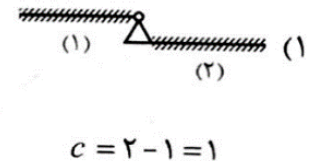
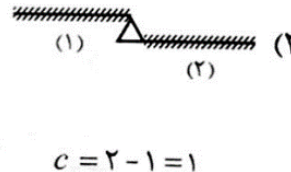
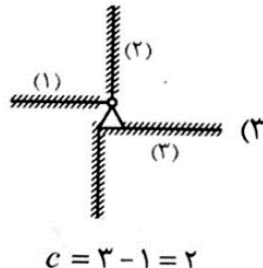
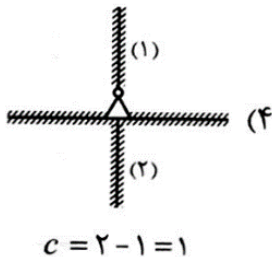
- در محل یک تکیه گاه مفصلی داخلی (یعنی تکیه گاه مفصلی که به زمین متصل نباشد)، تعداد معادلات شرط (C) برابر با تعداد اعضای متصل شده به این تکیه گاه منهای یک می باشد.
- در محل یک تکیه گاه غلتکی داخلی (یعنی تکیه گاه غلتکی که به زمین متصل نباشد)، تعداد معادلات شرط (C) برابر با تعداد اعضای متصل شده به این تکیه گاه منهای یک می باشد.

## مثال ۳

در شکل های زیر تعداد معادلات شرط را مشخص کنید :

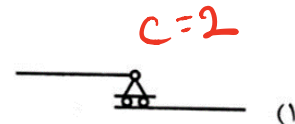
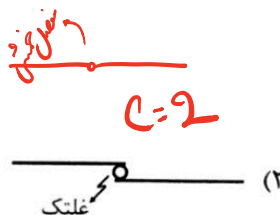
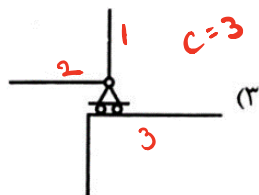
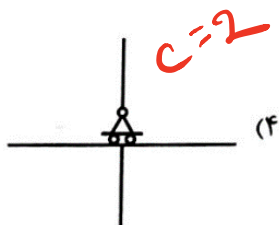


حل :

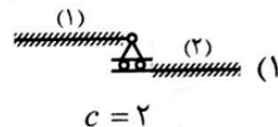
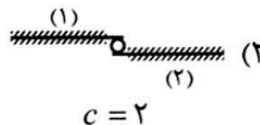
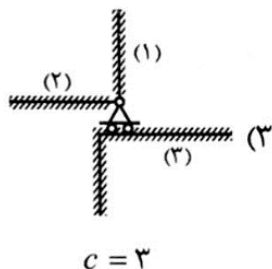
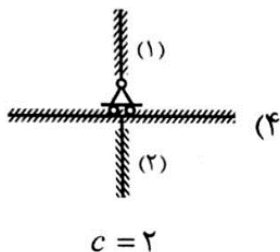


# مثال ۴

در شکل های زیر تعداد معادلات شرط را مشخص کنید :

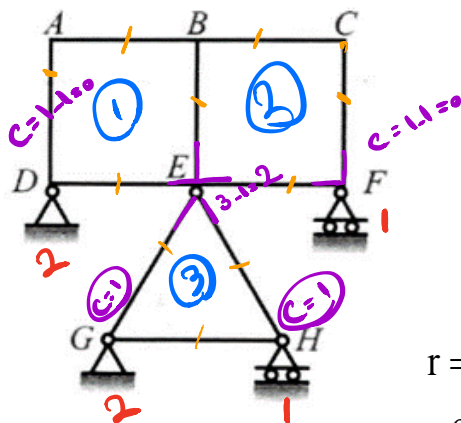


حل :



# مثال ۵

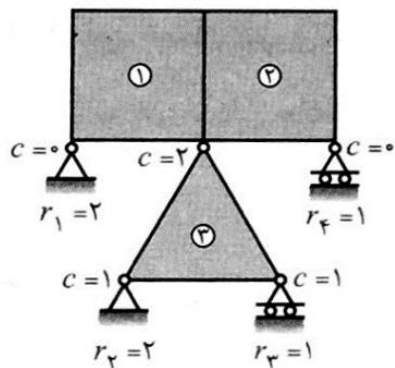
درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید.



روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 2 + 1 + 1 = 6 \\ c = 2 + 1 + 1 = 4 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (6 + 3 \times 3) - (4 + 3) = 8$$

25



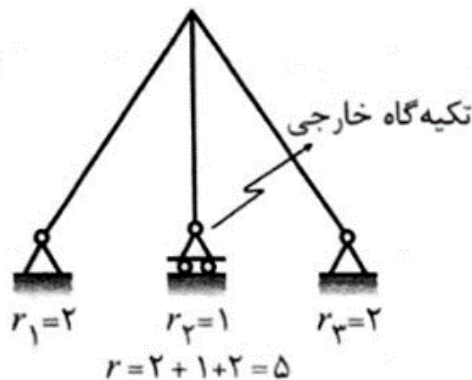
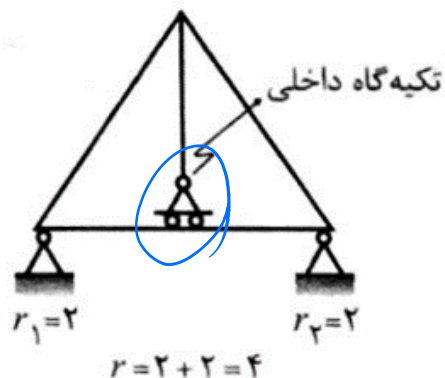
روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 2 + 1 + 1 = 6 \\ c = 2 + 1 + 1 = 4 \\ m = 10 \\ n = 8 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (3m + r) - (3n + c) = (3 \times 10 + 6) - (3 \times 8 + 4) = 8$$

-5

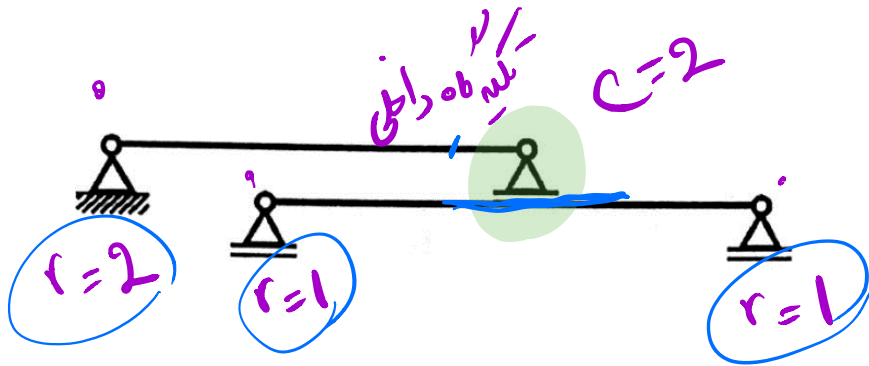
# شمارش عکس العمل های تکیه گاهی

**نکته:** تکیه گاه های داخلی در شمارش ۲ وارد نمی شوند!



## مثال ۶

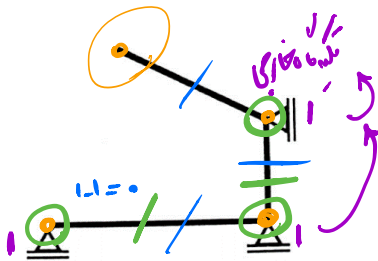
درجه نامعینی سازه زیر را بدست آورید (مسئله ۱-۱-۸ کتاب طاحونی).



$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 1 + 1 = 4 \\ c = 2 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (4 + 3 \times 0) - (2 + 3) = -1$$

## مثال ۷

درجه نامعینی سازه زیر را بدست آورید (مسئله ۱-۱-۲ کتاب طاحونی).



DSI = 0  
نامعین

معین DSI = 0

DSI > 0  
نامعین

روش اول: سازه معین

$$\left. \begin{array}{l} r = 1 + 1 + 1 = 3 \\ c = 0 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (3 + 3 \times 0) - (0 + 3) = 0$$

روش دوم:

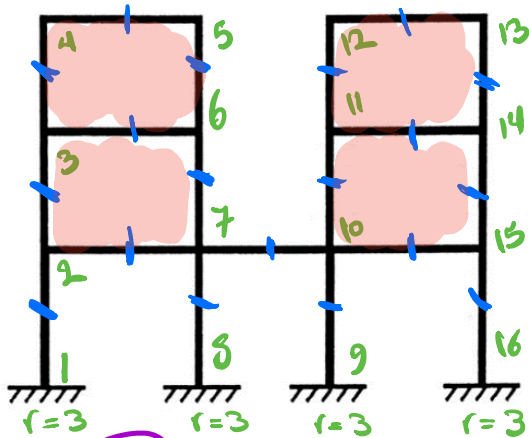
$$\left. \begin{array}{l} r = 1 + 1 + 1 = 3 \\ m = 3 \\ n = 4 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (3m + r) - 3n = (3 \times 3 + 3) - (3 \times 4) = 0$$

روش سوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 1 + 1 + 1 = 3 \\ m = 2 \\ n = 3 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (3m + r) - 3n = (3 \times 2 + 3) - (3 \times 3) = 0$$

# مثال ۸

درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید  
(مسئله ۱-۱-۳۱ کتاب طاحونی).



روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} r = 4 \times 3 = 12 \\ c = 0 \\ k = 4 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (12 + 3 \times 4) - (0 + 3) = 21$$

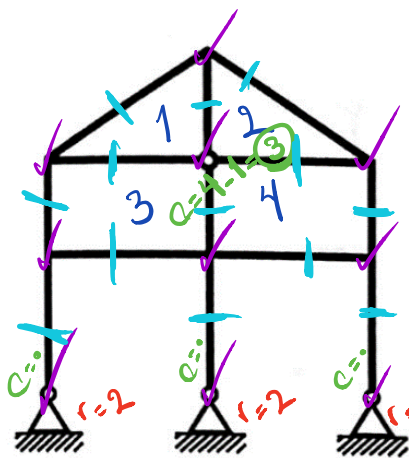
روش دوم: ✓

$$\left. \begin{array}{l} r = 4 \times 3 = 12 \\ m = 19 \checkmark \\ n = 16 \checkmark \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (3m + r) - 3n = (3 \times 19 + 12) - (3 \times 16) = 21$$



# مثال ۹

درجه نامعینی سازه زیر را بدست آورید (مسئله ۱-۱-۱۸ کتاب طاحونی).



روش اول:

$$r = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$c = 3$$

$$k = 4$$

$$\rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (6 + 3 \times 4) - (3 + 3) = 12$$

شماره درجه

شماره اعضا

روش دوم:

$$r = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$c = 3$$

$$m = 13$$

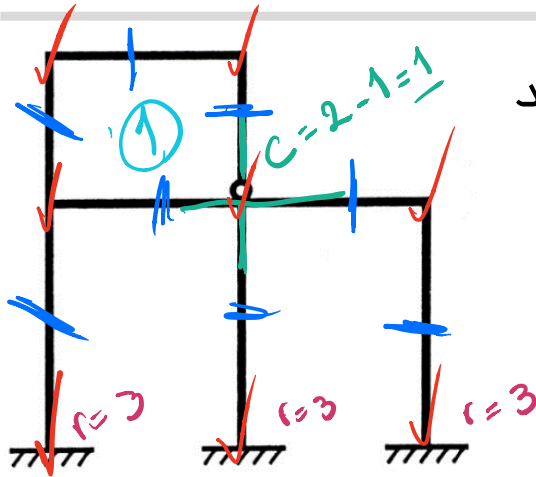
$$n = 10$$

$$\rightarrow DSI = (3m + r) - (3n + c) = (3 \times 13 + 6) - (3 \times 10 + 3) = 12$$

$$30 + 3$$

# مثال ۱۰

درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید  
(مسئله ۱-۱-۳۳ کتاب طاحونی).



نامعین

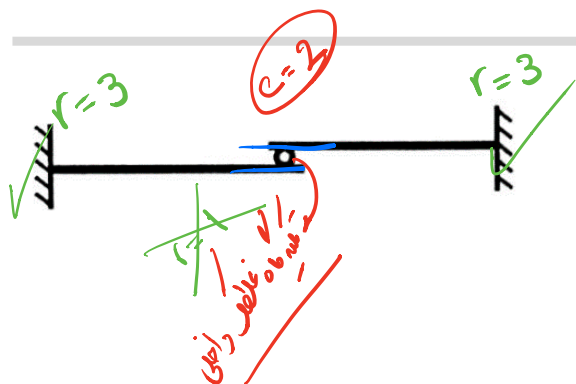
روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 3 = 9 \\ c = 1 \\ k = 1 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (9 + 3 \times 1) - (1 + 3) = 8$$

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 3 = 9 \\ c = 1 \\ m = 8 \\ n = 8 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (3m + r) - (3n + c) = (3 \times 8 + 9) - (3 \times 8 + 1) = 8$$

# مثال ۱۱



درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید  
(مسئله ۱-۱-۲۶ کتاب طاحونی).

روش اول:

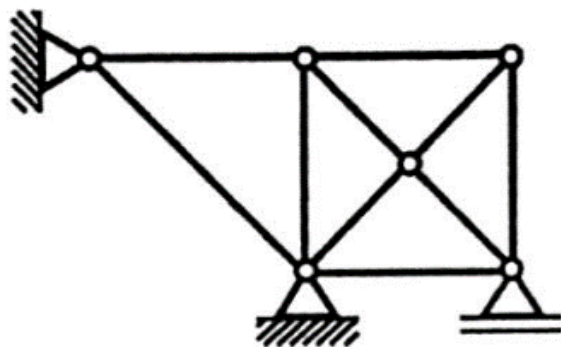
$$\left. \begin{array}{l} r = 2 \times 3 = 6 \\ c = 2 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (6 + 3 \times 0) - (2 + 3) = 1$$

نامعین

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 2 = 6 \\ c = 2 \\ m = 2 \\ n = 3 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (3m + r) - (3n + c) = (3 \times 2 + 6) - (3 \times 3 + 2) = 1$$

## مثال ۱۲ حذف



درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید (مسئله ۳-۳ کتاب طاحونی).

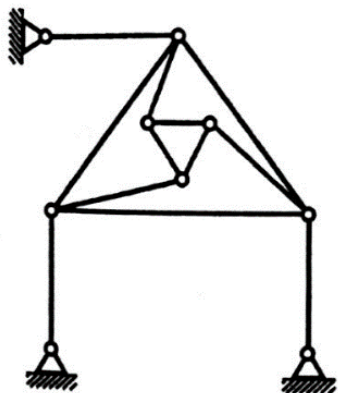
روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 2 + 1 = 5 \\ c = 1 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 14 \\ k = 5 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (5 + 3 \times 5) - (14 + 3) = 3$$

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 2 + 1 = 5 \\ m = 10 \\ n = 6 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (m + r) - 2n = (10 + 5) - (2 \times 6) = 3$$

## مثال ۱۳ حذف



درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید (مسئله ۳-۲۴ کتاب طاحونی).

روش اول:

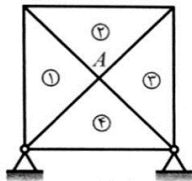
$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 2 = 6 \\ c = 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 = 15 \\ k = 4 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (6 + 3 \times 4) - (15 + 3) = 0$$

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 2 = 6 \\ m = 12 \\ n = 9 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (m + r) - 2n = (12 + 6) - (2 \times 9) = 0$$

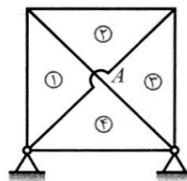
## شمارش حلقه های بسته زمانی که اعضا از روی یکدیگر عبور می کنند

۱- در صورتی که در نقطه‌ای از سازه دو یا چند عضو از روی یکدیگر عبور کنند، برای شمارش تعداد حلقه‌های بسته، بدون توجه به وضعیت نقطه مورد نظر تعداد حلقه‌ها را شمارش نموده و در انتها از عدد به دست آمده به تعداد اعضای عبوری از روی یکدیگر، منهای یک (۱-)، کم می‌کنیم. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه شود:



با اتصال در  $A$

$$k = 4$$



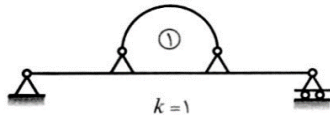
بدون اتصال در  $A$

$$k = 4 - 1 = 3$$

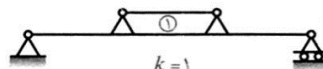
دو عضو از روی یکدیگر در  $A$  عبور کرده‌اند.

حرف

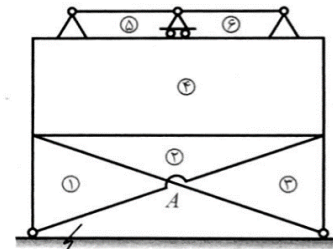
۲- در سازه‌هایی مانند شکل‌های زیر، به تعداد حلقه‌های بسته موجود در سازه توجه شود:



$$k = 1$$



$$k = 1$$



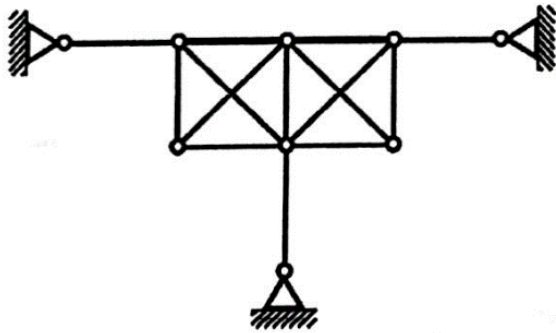
کادر بسته با زمین

$$k = 6 - 1 = 5$$

دو عضو از روی یکدیگر

در  $A$  عبور کرده‌اند.

## مثال ۱۴ حذف



درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید  
(مسئله ۳-۱۵ کتاب طاحونی).

روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 2 = 6 \\ c = 3 + 4 + 3 + 2 + 5 + 2 = 19 \\ k = 8 - (2 - 1) - (2 - 1) = 6 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (6 + 3 \times 6) - (19 + 3) = 2$$

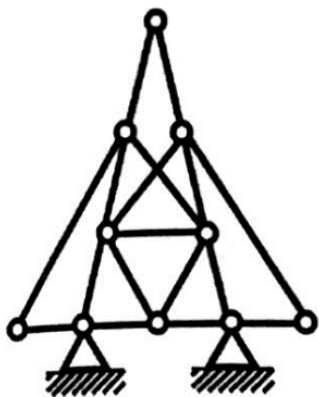
روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 2 = 6 \\ m = 14 \\ n = 9 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (m + r) - 2n = (14 + 6) - (2 \times 9) = 2$$

# مثال ۱۵

حذف

درجه نامعینی سازه روبرو را بدست آورید (مسئله ۳-۳۴ کتاب طاحونی).



روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 2 = 4 \\ c = 1 + 3 + 3 + 4 + 4 + 1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 24 \\ k = 9 - (2 - 1) = 8 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (4 + 3 \times 8) - (24 + 3) = 1$$

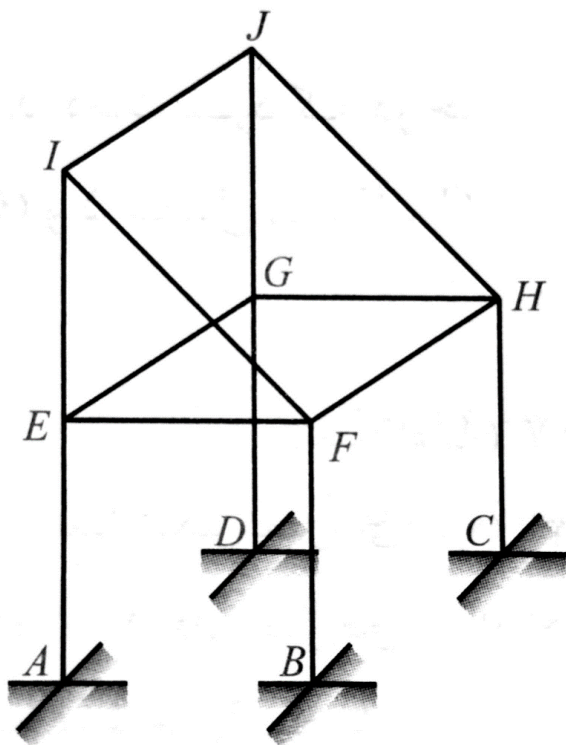
روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 2 = 4 \\ m = 17 \\ n = 10 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (m + r) - 2n = (17 + 4) - (2 \times 10) = 1$$



## مثال ۱۶ حذف

درجه نامعینی سازه زیر را بدست آورید.



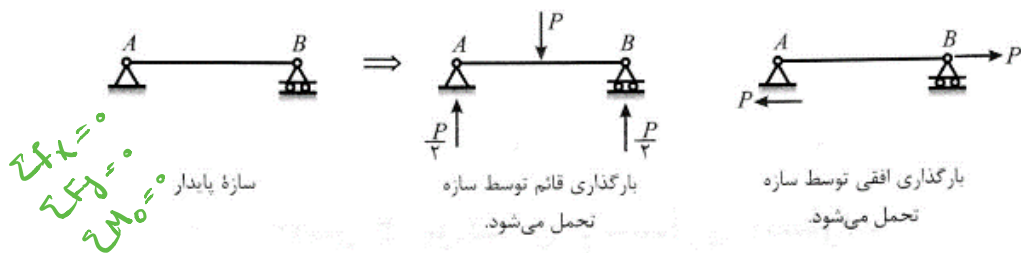
$$\left. \begin{array}{l} r = 4 \times 6 = 24 \\ c = 0 \\ m = 13 \\ n = 10 \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow DSI = (6m + r) - (6n + c)$$

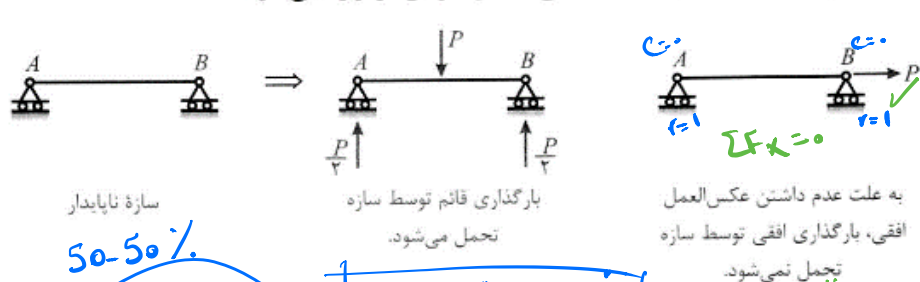
$$\rightarrow DSI = (6 \times 13 + 24) - (6 \times 3 + 0) = 42$$

# پایداری سازه ها

سازه پایدار، سازه‌ای است که با وارد شدن هر نوع بارگذاری بر آن، معادلات تعادل برقرار شود. به عبارت بهتر، سازه در این حالت تحت هر نوع بارگذاری همواره متعادل است. به عنوان مثال تیر زیر پایدار است زیرا انواع بارگذاری‌های قائم و افقی را می‌تواند تحمل کند.



با توجه به این تعریف، در سازه ناپایدار بارگذاری وجود دارد که تحت آن تعادل در سازه برقرار نمی‌شود. به عنوان مثال تیر زیر ناپایدار است زیرا توانایی تحمل بارگذاری افقی را ندارد (تحت بارگذاری افقی تعادل در آن برقرار نمی‌شود).



50-50%

$DSI = 0$

$DSI > 0$

$DSI < 0$

100%

$P \neq 0$

$(2+3) - (0+3) = -1$

# رابطه پایداری و درجه نامعینی

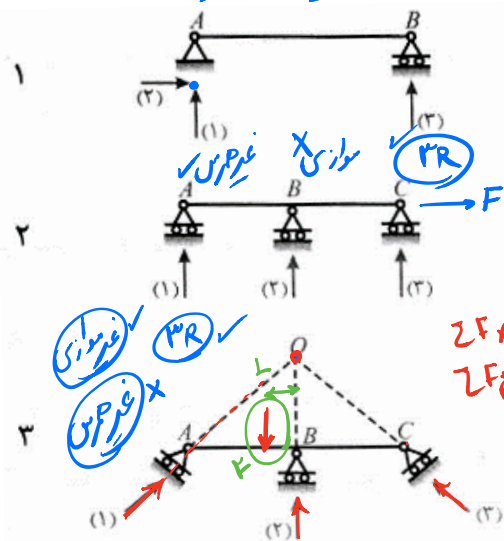
با توجه به درجه نامعینی در یک سازه، یکی از سه حالت زیر برای آن رخ می دهد :

- اگر  $DSI < 0$  سازه بدست آمده، لزوماً ناپایدار است. (ناپایدار ایستایی)
- اگر  $DSI = 0$  سازه معین است و پایداری آن باید بررسی شود.  
(بررسی ناپایداری هندسی)
- اگر  $DSI > 0$  سازه نامعین است و پایداری آن باید بررسی شود.  
(بررسی ناپایداری هندسی)

# تکیه گاه مناسب برای پایداری سازه

برای اتصال صحیح یک عضو پیوسته به زمین که بتواند انواع بارگذاری‌های وارد بر آن را تحمل کند (پایدار باشد)، به حداقل سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی مطابق با دو حالت زیر نیاز داریم:

حالت ۱: سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی از جنس نیرو، به صورت غیرموازی و غیرهمرس (غیر متقارب)، پایداری خارجی یک جسم پیوسته را تضمین می‌کند.



تیر پیوسته، دارای سه عکس‌العمل غیرموازی و غیرهمرس بوده و پایدار است.

$$\sum F_x \neq 0$$

$$F = 0$$

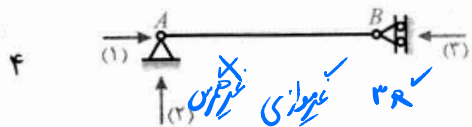
تیر پیوسته، دارای سه عکس‌العمل موازی بوده و ناپایدار است.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

تیر پیوسته، دارای سه عکس‌العمل همرس در نقطه O بوده و ناپایدار است.



تیر پیوسته، دارای سه عکس‌العمل همرس در نقطه A بوده و ناپایدار است.

# تکیه گاه مناسب برای پایداری سازه

سازه ۲: با اعمال یک بارگذاری در راستای افق، تعادل در آن راستا برقرار نمی‌شود.

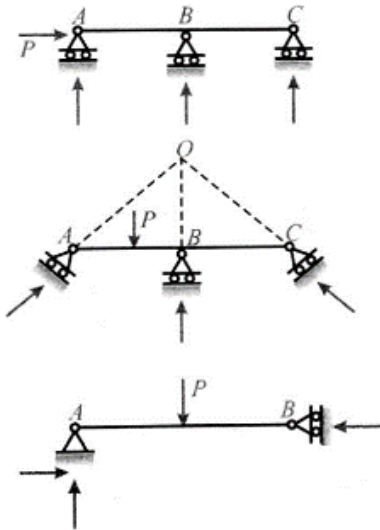
$$\sum F_x \neq 0$$

سازه ۳: با اعمال یک بارگذاری که از نقطه  $O$  (محل هم‌رسی عکس‌العمل‌ها) عبور نمی‌کند، تعادل دورانی حول آن برقرار نمی‌شود.

$$\sum M_O \neq 0$$

سازه ۴: با اعمال یک بارگذاری که از نقطه  $A$  عبور نمی‌کند، تعادل دورانی حول آن برقرار نمی‌شود.

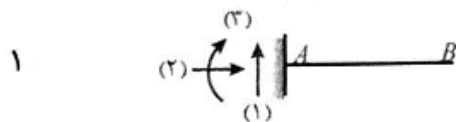
$$\sum M_A \neq 0$$



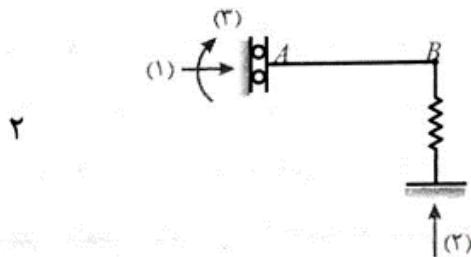
# تکیه گاه مناسب برای پایداری سازه

حالت ۲؛ دو عکس العمل ناموازی و یک عکس العمل از نوع لنگر، پایداری خارجی یک جسم پیوسته را تضمین می کند.

تیر پیوسته، دارای دو عکس العمل غیرموازی و یک لنگر بوده و پایدار است.



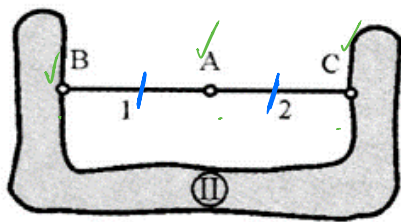
تیر پیوسته، دارای دو عکس العمل غیرموازی و یک لنگر بوده و پایدار است.



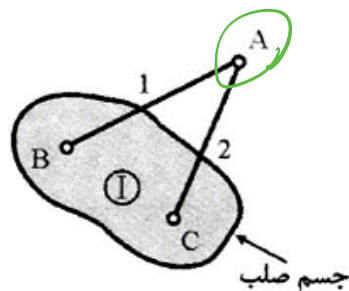
# قوانین پایداری جسم صلب در صفحه

## الف) ترکیب یک گره و یک جسم صلب

سیستمی که از ترکیب یک جسم صلب و یک گره تشکیل یافته، وقتی پایدار است که گره حداقل توسط دو میله که محورهاى آنها در یک امتداد نمی باشد، به جسم صلب متصل شده باشد (شکل ۱ - ۲۴ - الف). اگر گره توسط دو میله هم امتداد به جسم صلب متصل شده باشد، سیستم حاصل ناپایدار آنى خواهد بود (شکل ۱ - ۲۴ - ب).



(ب) ناپایدار آنى (هندسی)



(الف) پایدار

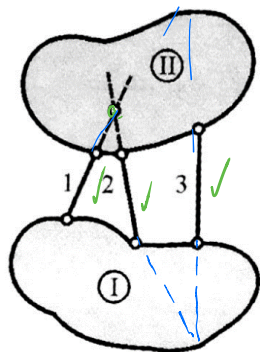
شکل ۱-۲۴ ترکیبات پایدار و ناپایدار یک جسم صلب و یک گره.

# قوانین پایداری جسم صلب در صفحه

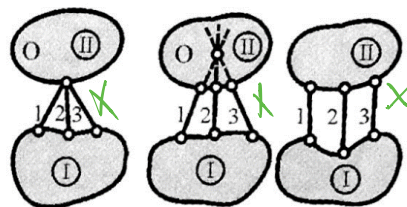
## ب) ترکیب پایدار دو جسم صلب

ترکیب دو جسم صلب وقتی تشکیل یک سیستم صلبی را می‌دهند که به یکی از روش‌های زیر به یکدیگر متصل شده باشند:

- ۱- توسط سه میله غیر موازی و غیر متقارب (شکل ۱ - ۲۵ - الف).
- ۲- توسط یک مفصل و یک میله رابط که محور میله از مفصل عبور نمی‌کند (شکل ۱ - ۲۵ - ب).
- ۳- توسط یک اتصال صلب (شکل ۱ - ۲۵ - پ).



ترکیب پایدار



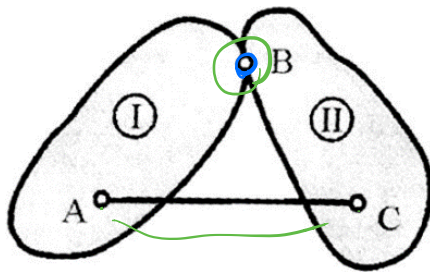
ترکیبات ناپایدار (سه میله متقارب یا موازی)

(الف)

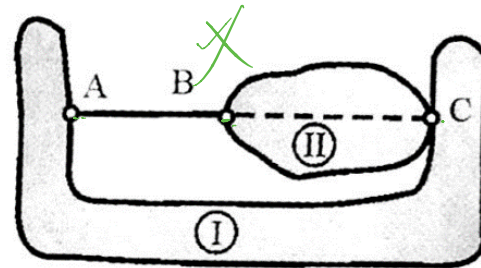
شکل ۱-۲۵ ترکیبات پایدار و ناپایدار دو جسم صلب.



# قوانین پایداری جسم صلب در صفحه

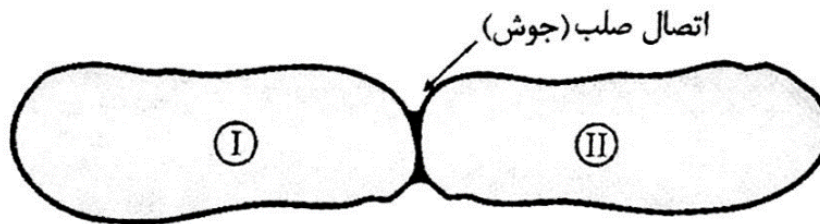


ترکیب پایدار



ترکیب ناپایدار - محور AB از C عبور می کند

(ب)



(پ)

شکل ۱-۲۵ ترکیبات پایدار و ناپایدار دو جسم صلب.

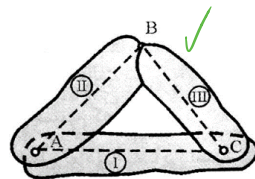
# قوانین پایداری جسم صلب در صفحه

## پ) ترکیب پایدار سه جسم صلب

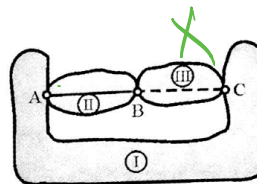
ترکیب سه جسم صلب وقتی تشکیل یک سیستم صلبی را می‌دهند که به یکی از روش‌های زیر به یکدیگر متصل شده باشند:

- ۱ - توسط سه مفصل که در یک امتداد قرار ندارند (شکل ۱ - ۲۶ - الف).
- ۲ - توسط شش میله که هر دو میله، دو جسم صلب را به یکدیگر متصل نمایند و محل تقاطع این دو میله که مفصل موهومی خوانده می‌شود، در روی یک خط مستقیم قرار نداشته باشند (شکل ۱ - ۲۶ - ب).
- ۳ - توسط ترکیبی از مفصل‌ها و میله‌ها به نحوی که مفصل‌های واقعی و موهومی در روی یک خط مستقیم قرار نگرفته باشند (شکل ۱ - ۲۶ - پ).

# قوانین پایداری جسم صلب در صفحه

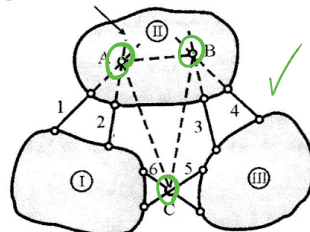


ترکیب پایدار



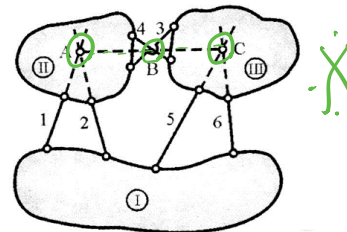
ترکیب ناپایدار

مفصل موهومی



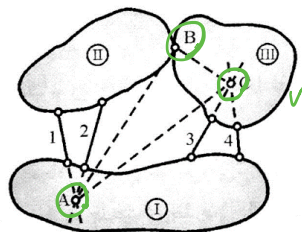
ترکیب پایدار

(الف)



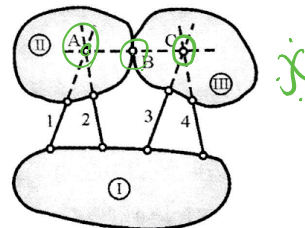
ترکیب ناپایدار

(ب)



ترکیب پایدار

(پ)



ترکیب ناپایدار

# ناپایداری ایستایی (استاتیکی)

هر گاه در یک سازه تعداد عکس العمل های تکیه گاهی موجود، کمتر از حداقل مؤلفه های تکیه گاهی لازم برای ایجاد سازه پایدار باشد یا به عبارتی درجه نامعینی آن منفی باشد آن سازه ناپایدار ایستایی (استاتیکی) است.

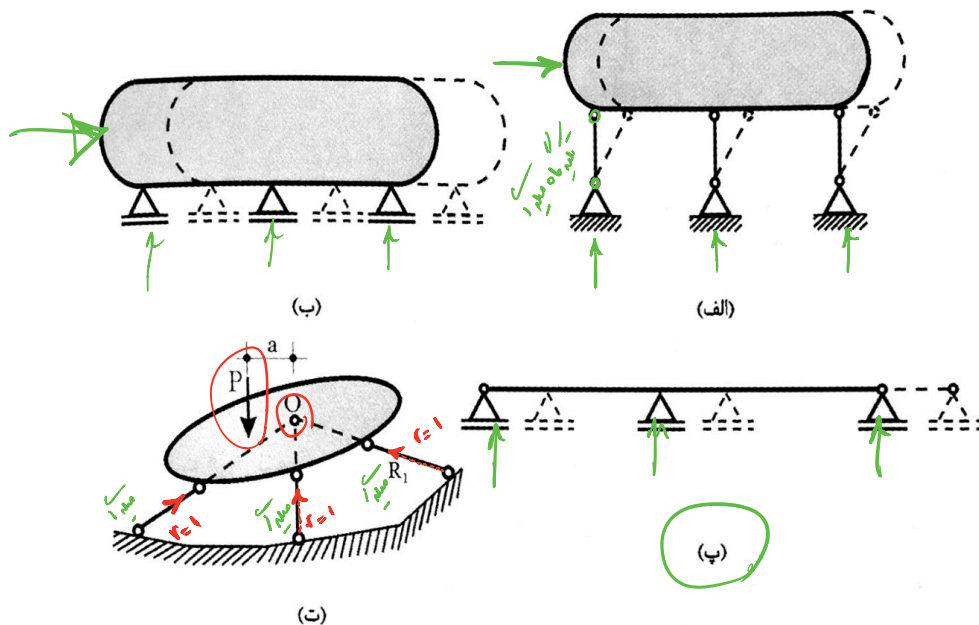
$$DSI < 0$$

$$DSI = 0$$



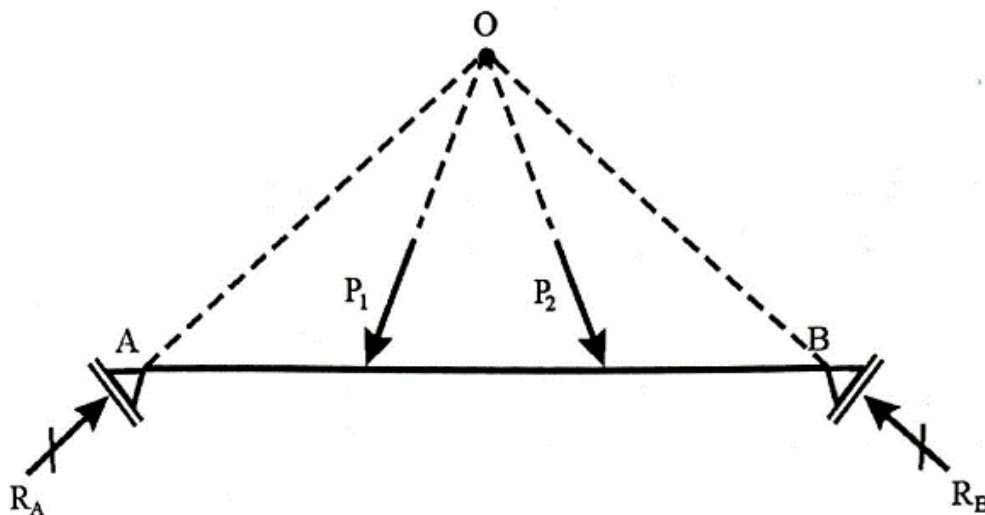
# ناپایداری هندسی (آنی)

اگر تعداد مؤلفه های تکیه گاهی مساوی یا بیش از روابط تعادل ایستایی باشد، ناپایداری هندسی سازه مورد بررسی قرار می گیرد. برای مثال سازه های زیر ناپایدار هندسی می باشند.



# مثال ۱۷

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



$$\left. \begin{array}{l} r = 1 + 1 = 2 \\ c = 0 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (2 + 0) - (0 + 3) = -1$$

با سازه ناپایدار ایستایی

است به علت :

• نبود ۳ عکس العمل تکیه

گاهی مناسب

• هم‌رس بودن عکس

العمل‌های تکیه گاهی

موجود

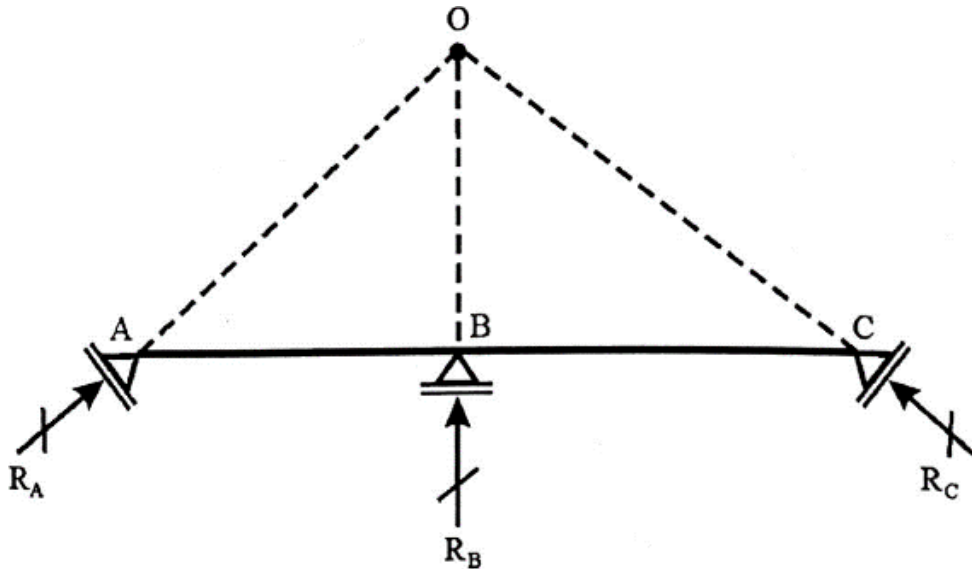
• درجه نامعینی استاتیکی

آن منفی می باشد.

هندسی

# مثال ۱۸

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



با سازه ناپایدار هندسی

است به علت :

• هم‌رس بودن عکس

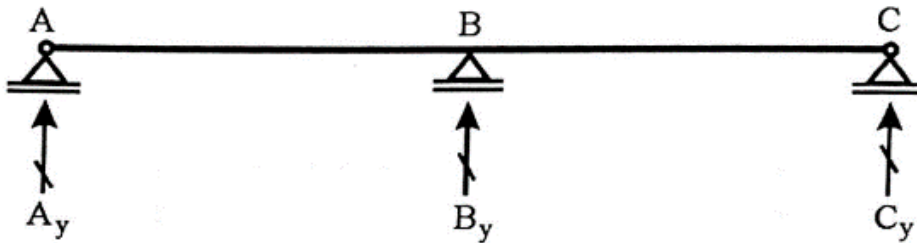
العمل‌های تکیه گاهی

موجود

$$\left. \begin{array}{l} r = 1 + 1 + 1 = 3 \\ c = 0 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (3 + 0) - (0 + 3) = 0$$

# مثال ۱۹

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



با سازه ناپایدار هندسی

است به علت :

• موازی بودن عکس

العمل های تکیه گاهی

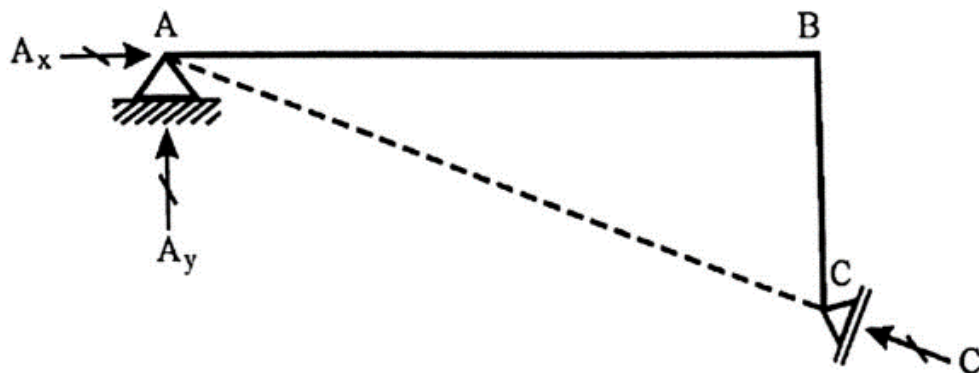
موجود

$$\left. \begin{array}{l} r = 1 + 1 + 1 = 3 \\ c = 0 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (3 + 0) - (0 + 3) = 0$$



## مثال ۲۰

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



با سازه ناپایدار هندسی

است به علت :

- هم‌رس بودن عکس

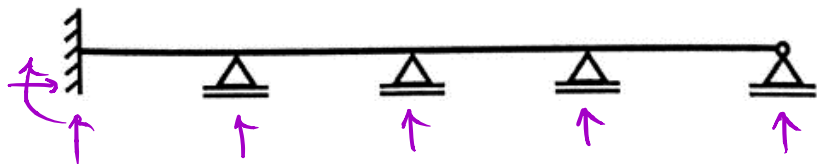
العمل‌های تکیه گاهی

موجود

$$\left. \begin{array}{l} r = 1 + 1 + 1 = 3 \\ c = 0 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (3 + 0) - (0 + 3) = 0$$

## مثال ۲۱

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



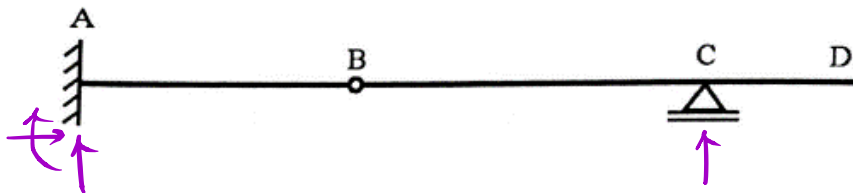
سازه پایدار و ۴ درجه نامعین

ایستایی است.

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7 \\ c = 0 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (7 + 0) - (0 + 3) = 4$$

## مثال ۲۲

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :

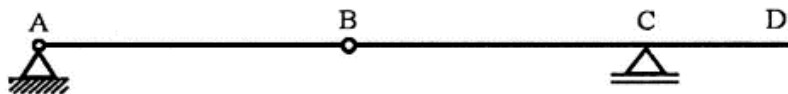


سازه پایدار و معین ایستایی است.

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 + 1 = 4 \\ c = 1 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (4 + 0) - (1 + 3) = 0$$

## مثال ۲۳

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



سازه ناپایدار ایستایی است به علت :

• درجه نامعینی منفی

$$\underline{DSI < 0}$$

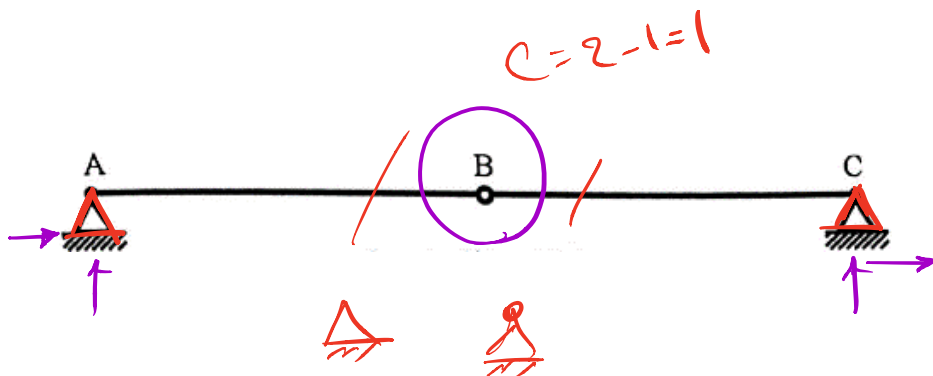
X معین

X نامعین

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \\ c = 1 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (3 + 0) - (1 + 3) = -1$$

## مثال ۲۴

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :

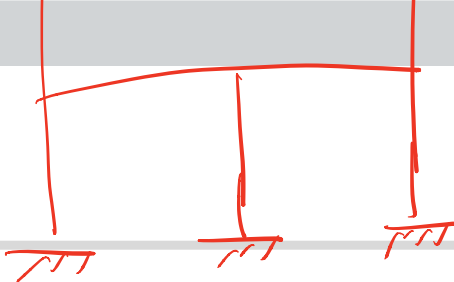


سازه ناپایدار هندسی است به علت :

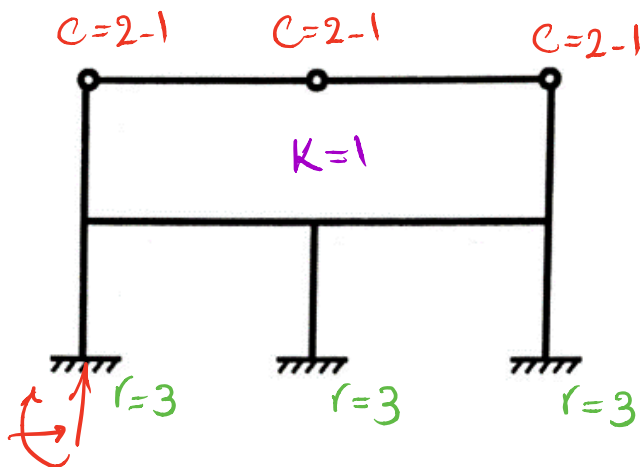
• وجود سه مفصل در یک راستا

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 + 2 = 4 \\ c = 1 \\ k = 0 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (4 + 0) - (1 + 3) = 0$$

# مثال ۲۵



مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



سازه ناپایدار هندسی است به علت :

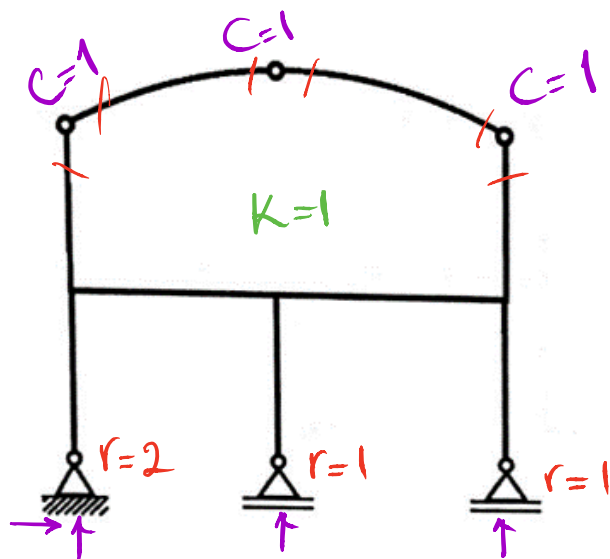
- وجود سه مفصل در یک راستا

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \times 3 = 9 \\ c = 1 + 1 + 1 = 3 \\ k = 1 \end{array} \right\} \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (9 + 3 \times 1) - (3 + 3) = 6$$

نامعین

## مثال ۲۶

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری و درجه نامعینی سازه زیر :



سازه پایدار و یک درجه نامعین است.

$$r = 2 + 1 + 1 = 4$$

$$c = 1 + 1 + 1 = 3 \rightarrow DSI = (r + 3k) - (c + 3) = (4 + 3 \times 1) - (3 + 3) = 1$$

$$k = 1$$

نامعین

## مثال ۲۷

مطلوبست تعیین پایداری یا ناپایداری، معینی و نامعینی مثال های ۵ تا ۱۱ :

مثال ۵ : سازه پایدار و ۸ درجه نامعین است.

مثال ۶ : سازه ناپایدار ایستایی است به علت درجه نامعینی منفی

مثال ۷ : سازه پایدار و معین است.

مثال ۸ : سازه پایدار و ۲۱ درجه نامعین است.

مثال ۹ : سازه پایدار و ۱۲ درجه نامعین است.

مثال ۱۰ : سازه پایدار و ۸ درجه نامعین است.

مثال ۱۱ : سازه پایدار و ۱ درجه نامعین است.



# عکس العمل های تکیه گاهی

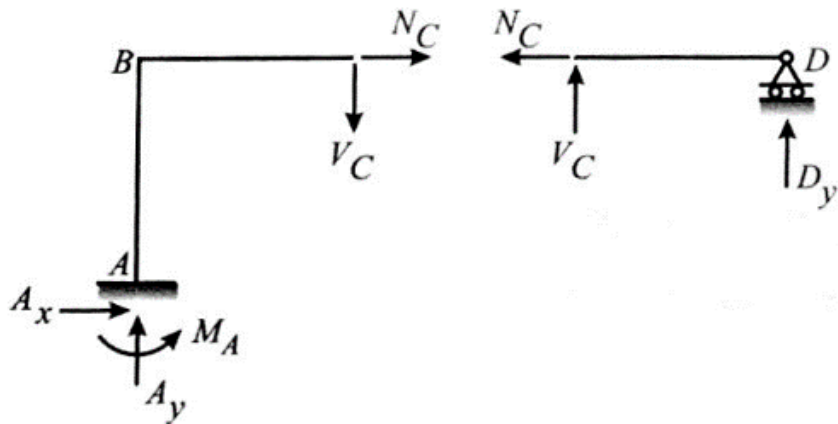
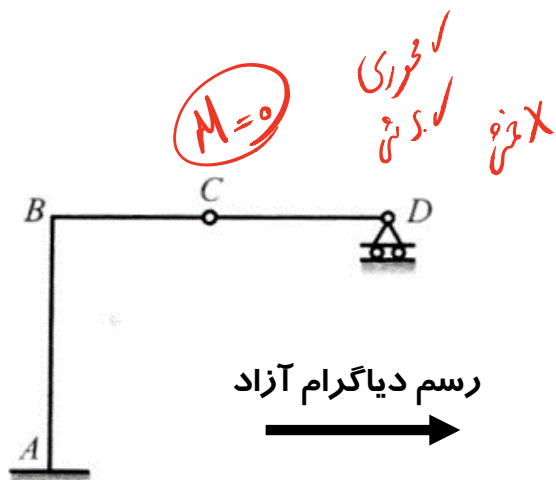
در این قسمت با نحوه محاسبه نیروهای داخلی و عکس العمل های تکیه گاهی در سازه های معین آشنا می شویم.

همان طور که گفته شد سازه معین سازه ای است که کلیه عکس العمل های تکیه گاهی و نیروهای داخلی آن، با استفاده از معادلات تعادل قابل محاسبه است. در این گونه سازه ها درجه نامعینی صفر می باشد.

نامعین  
نامعین  
نامعین

## مثال ۲۸

مطلوبست رسم دیاگرام آزاد سازه های زیر پس از جداسازی از نقطه C

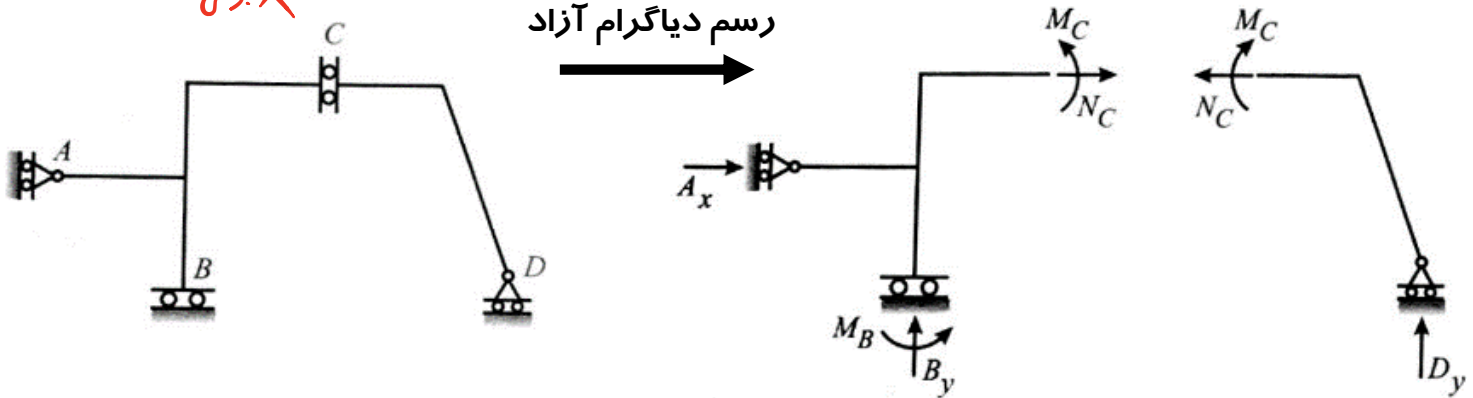


## مثال ۲۹

مطلوبست رسم دیاگرام آزاد سازه های زیر پس از جداسازی از نقطه C

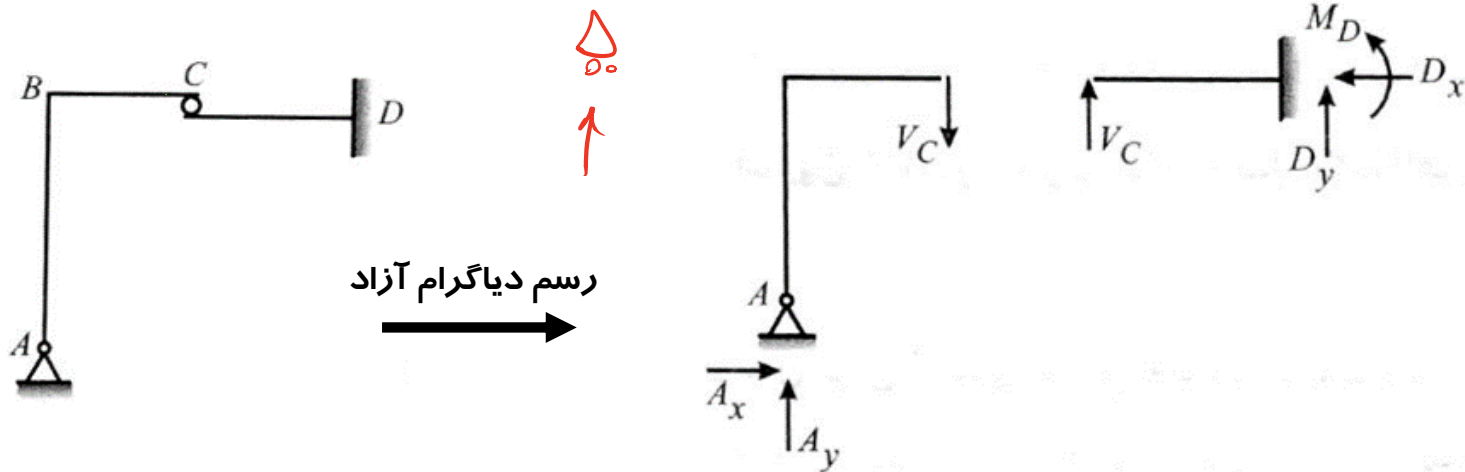
✓ محوری  
✓ غشی  
X برشی  $\checkmark = 0$

رسم دیاگرام آزاد



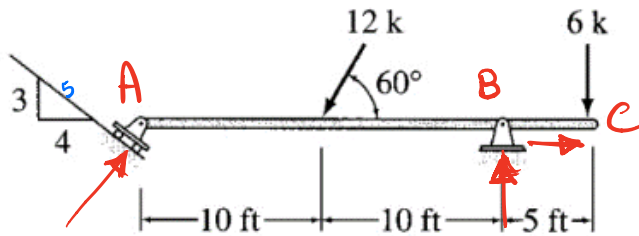
## مثال ۳۰

مطلوبست رسم دیاگرام آزاد سازه های زیر پس از جداسازی از نقطه C



# مثال ۳۱

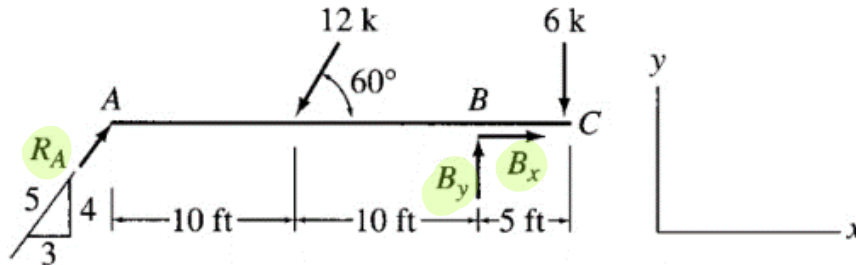
مطلوبست تعیین عکس العمل تکیه گاهی سازه زیر :



$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M &= 0\end{aligned}$$

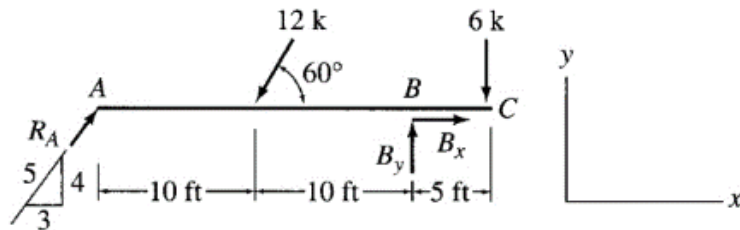
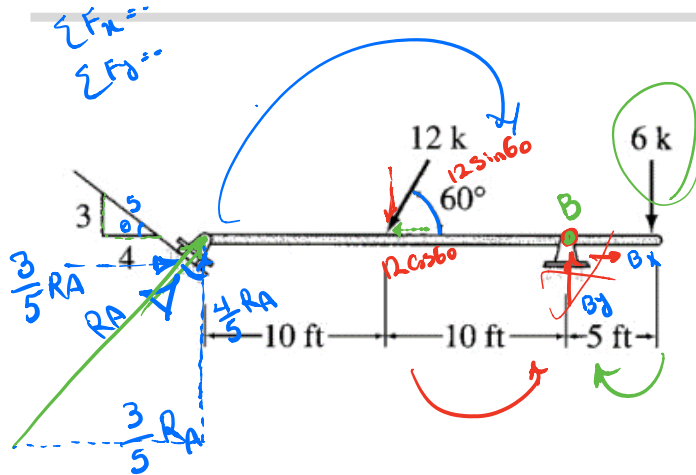
$$\begin{aligned}0.15 \\ 0.15\end{aligned}$$

رسم دیاگرام آزاد :



# مثال ٣١

$\sum M_A = 0$  ✓



$$+\zeta \sum M_B = 0$$

$$-\frac{4}{5}R_A(20) + 12 \sin 60^\circ(10) - 6(5) = 0$$

$$R_A = 4.62 \text{ k} \nearrow$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$\frac{3}{5}(4.62) - 12 \cos 60^\circ + B_x = 0$$

$$B_x = 3.23 \text{ k}$$

$$B_x = 3.23 \text{ k} \rightarrow$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

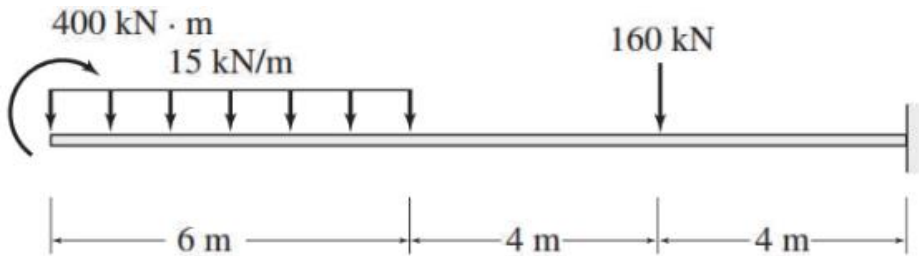
$$\frac{4}{5}(4.62) - 12 \sin 60^\circ + B_y - 6 = 0$$

$$B_y = 12.7 \text{ k}$$

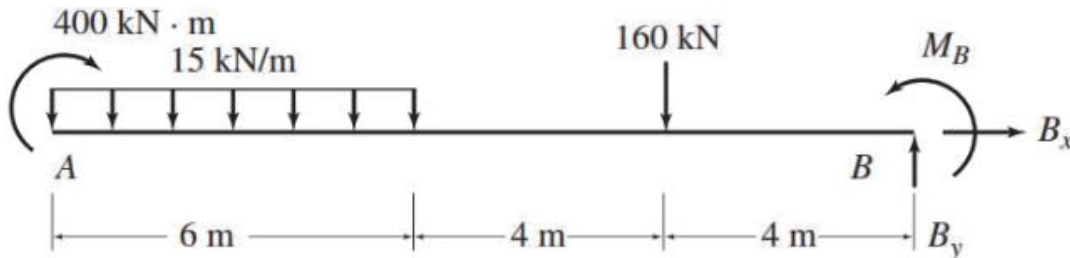
$$B_y = 12.7 \text{ k} \uparrow$$

## مثال ۳۲

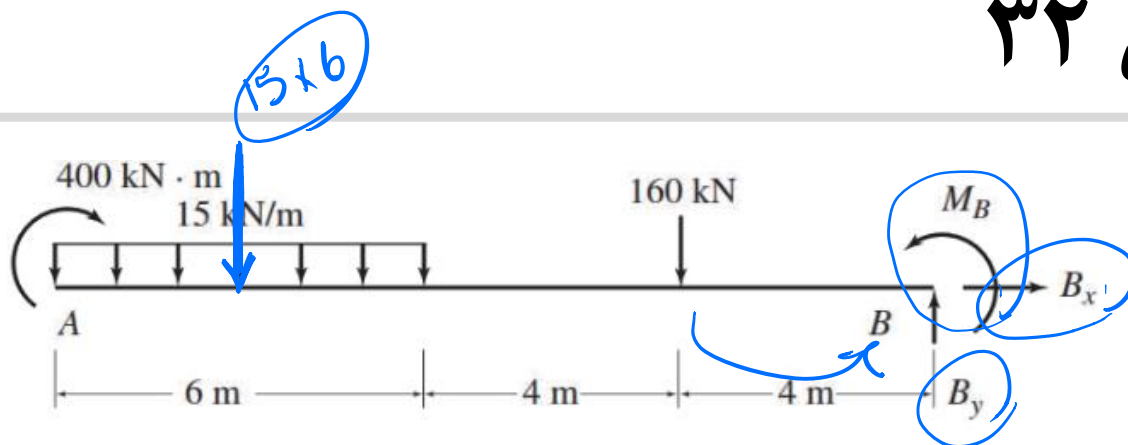
مطلوبست تعیین عکس العمل تکیه گاهی سازه زیر :



رسم دیاگرام آزاد :



# مثال ۳۲



فصل + جزو  
له نظر

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$-15(6) - 160 + B_y = 0$$

$$B_y = 250 \text{ kN}$$

$$B_y = 250 \text{ kN} \uparrow$$

Kips

$$+\zeta \sum M_B = 0$$

$$-400 + 15(6)(3 + 8) + 160(4) + M_B = 0$$

$$M_B = -1230 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = 1230 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

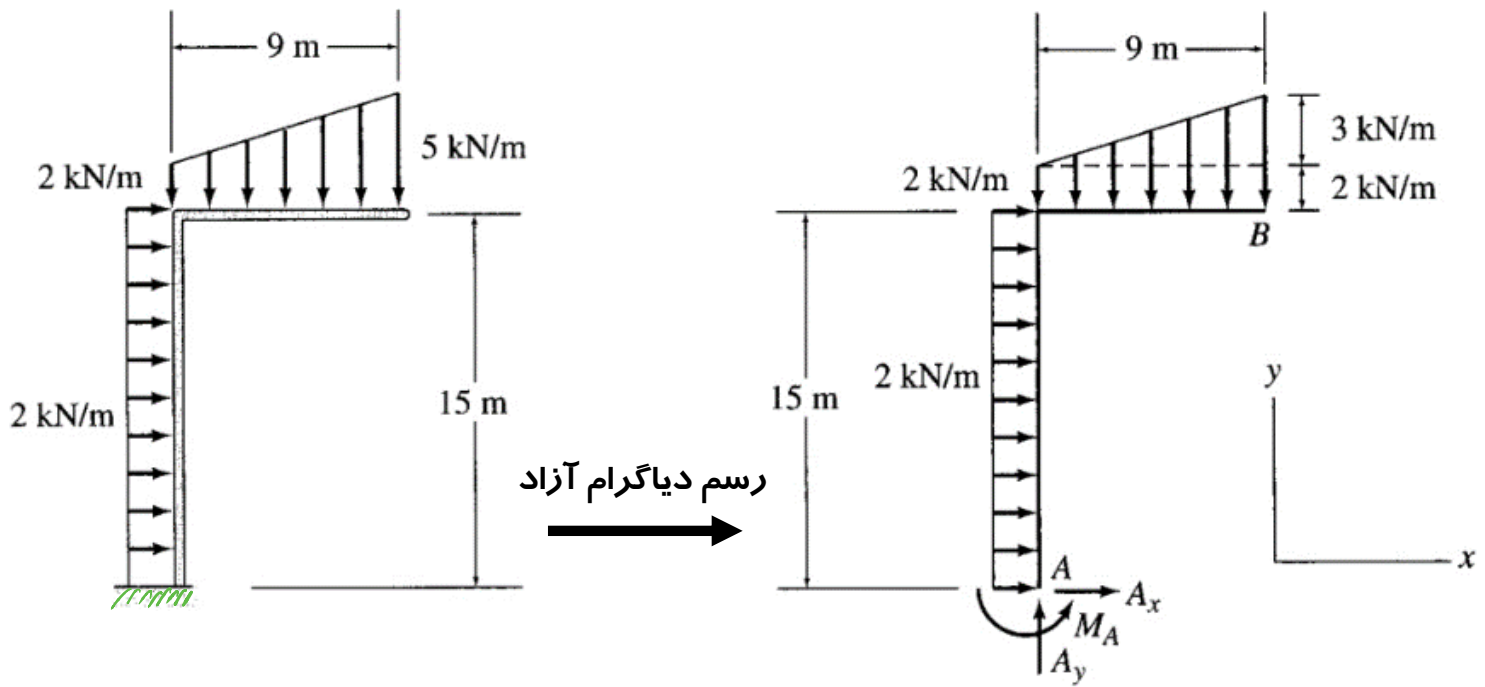
K.ft

(K.in)

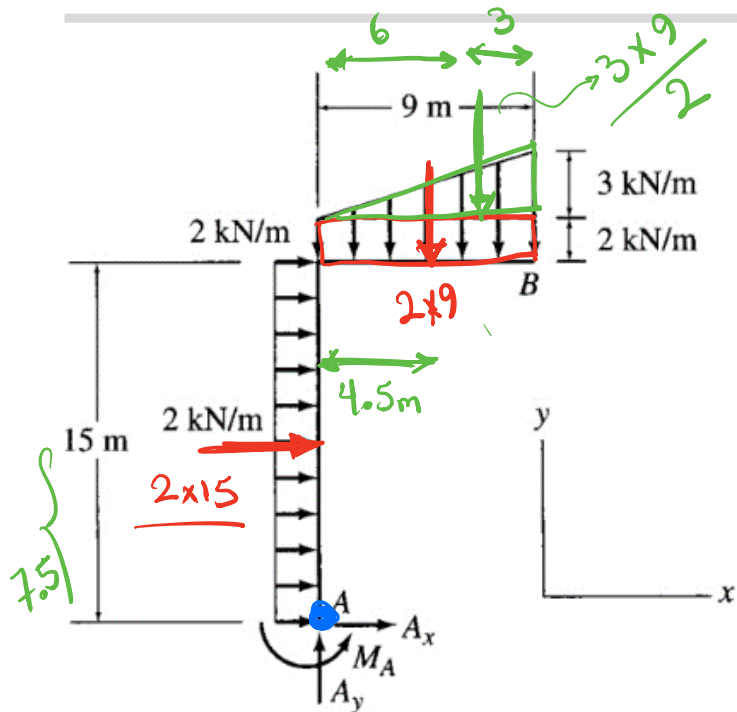


# مثال ۳۳

مطلوبست تعیین عکس العمل تکیه گاهی سازه زیر :



# مثال ٣٣



$$+ \rightarrow \sum F_x = 0$$

$$A_x + 2(15) = 0$$

$$A_x = -30 \text{ kN}$$

$$A_x = 30 \text{ kN} \leftarrow$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$A_y - 2(9) - \frac{1}{2}(3)(9) = 0$$

$$A_y = 31.5 \text{ kN}$$

$$A_y = 31.5 \text{ kN} \uparrow$$

$$+ \zeta \sum M_A = 0$$

$$M_A - [2(15)]\left(\frac{15}{2}\right) - [2(9)]\left(\frac{9}{2}\right) - \left[\frac{1}{2}(3)(9)\right]\frac{2}{3}(9) = 0$$

$$M_A = 387 \text{ kN-m}$$

$$M_A = 387 \text{ kN-m} \zeta$$

# مثال ٣٤

$$(r+3K) - (C+3) = 0$$

$$(3+0) - (0+3) = 0$$

$$r=3$$

$$K=0$$

$$C=0$$

مطلوبست تعیین عکس العمل تکیه گاهی سازه زیر :

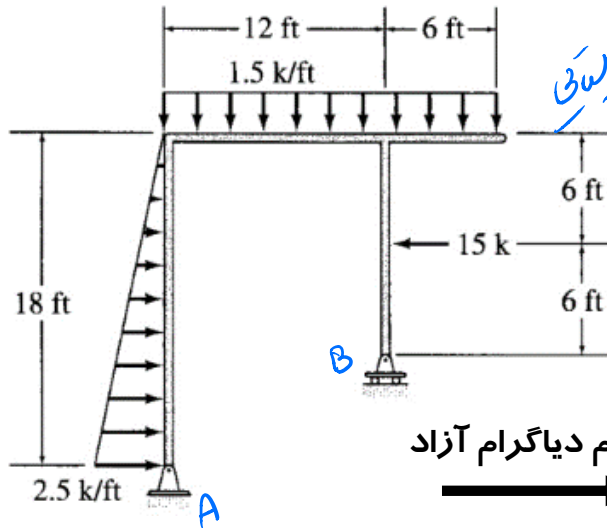
اوابط

تبادل السی

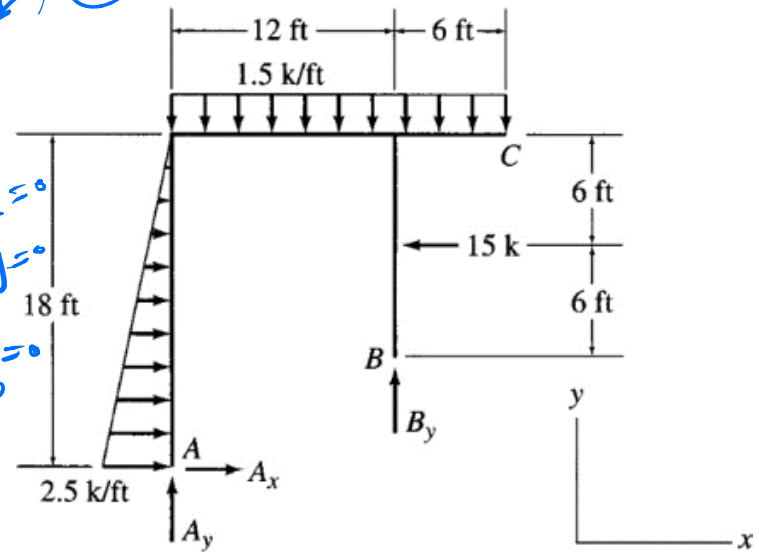
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

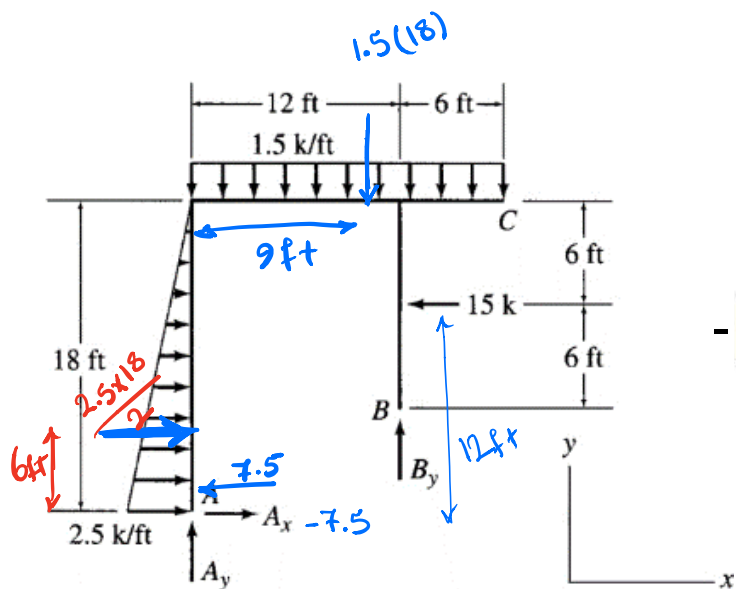
$$\sum M = 0$$



رسم دیاگرام آزاد



# مثال ٣٤



$$+ \rightarrow \sum F_x = 0$$

$$A_x + \frac{1}{2}(2.5)(18) - 15 = 0$$

$$A_x = -7.5 \text{ k}$$

$$A_x = 7.5 \text{ k} \leftarrow$$

$$+ \curvearrowright \sum M_A = 0$$

$$- \left[ \frac{1}{2}(2.5)(18) \right] \left( \frac{18}{3} \right) - [1.5(18)](9) + 15(12) + B_y(12) = 0$$

$$B_y = 16.5 \text{ k}$$

$$B_y = 16.5 \text{ k} \uparrow$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$A_y - 1.5(18) + 16.5 = 0$$

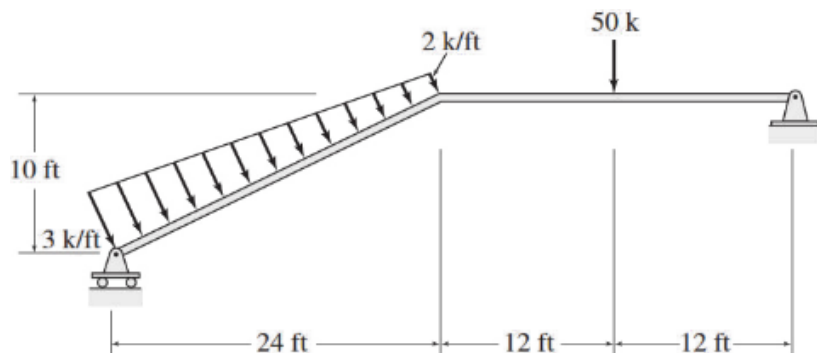
$$A_y = 10.5 \text{ k}$$

$$A_y = 10.5 \text{ k} \uparrow$$

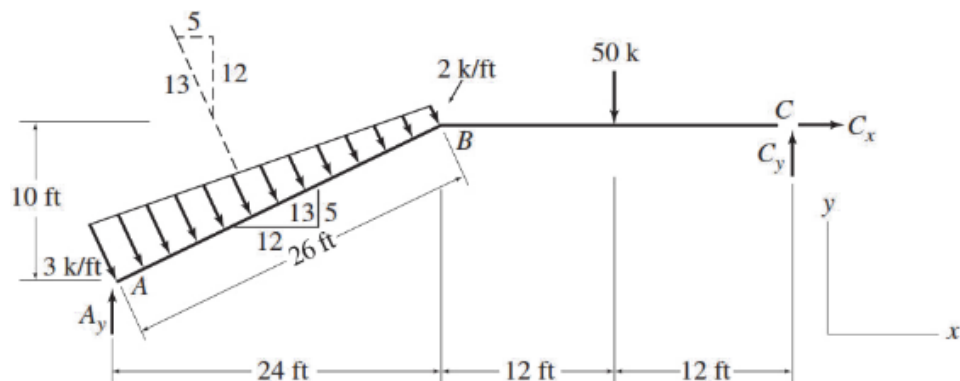
# مثال ۳۵

نیمچه حذف

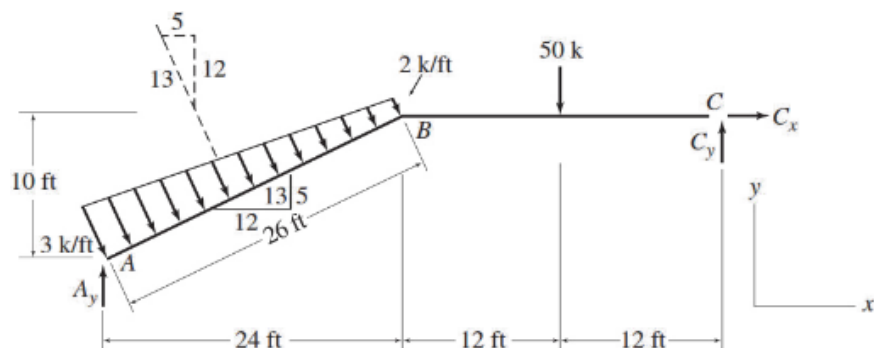
مطلوبست تعیین عکس العمل تکیه گاهی سازه زیر :



رسم دیاگرام آزاد :



# مثال ٣٥



$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$\left(\frac{2+3}{2}\right)(26)\left(\frac{5}{13}\right) + C_x = 0$$

$$C_x = -25 \text{ k}$$

$$C_x = 25 \text{ k} \leftarrow$$

$$+\zeta \sum M_A = 0$$

$$-2(26)(13) - \frac{1}{2}(1)(26)\left(\frac{26}{3}\right) - 50(24 + 12) + 25(10) + C_y(48) = 0$$

$$C_y = 48.72 \text{ k}$$

$$C_y = 48.72 \text{ k} \uparrow$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$A_y - \left(\frac{2+3}{2}\right)(26)\left(\frac{12}{13}\right) - 50 + 48.72 = 0$$

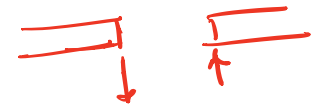
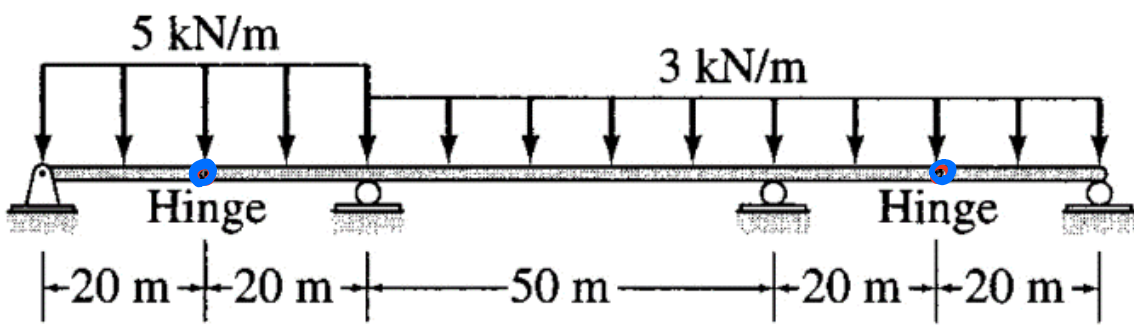
$$A_y = 61.28 \text{ k}$$

$$A_y = 61.28 \text{ k} \uparrow$$

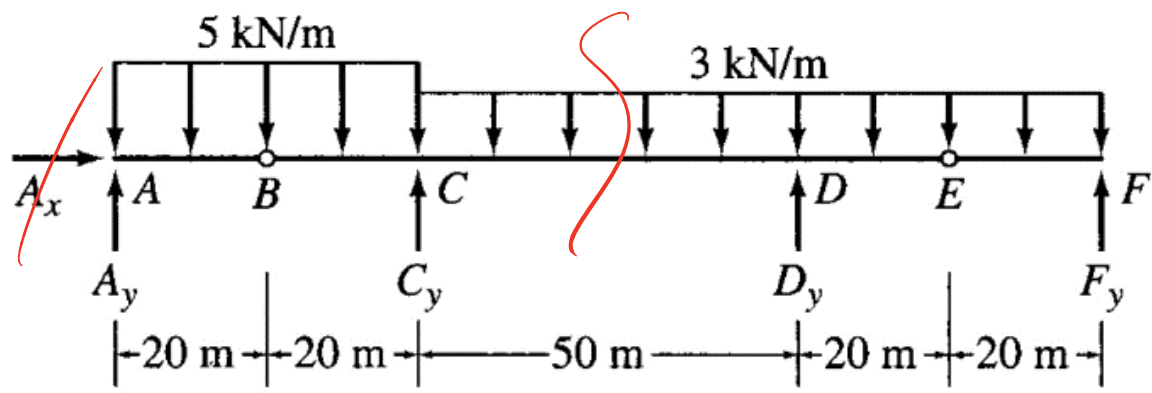
# مثال ۳۶

لولا ، مفصل = Hinge  
 $M=0$

مطلوبست تعیین عکس العمل تکیه گاهی سازه زیر :

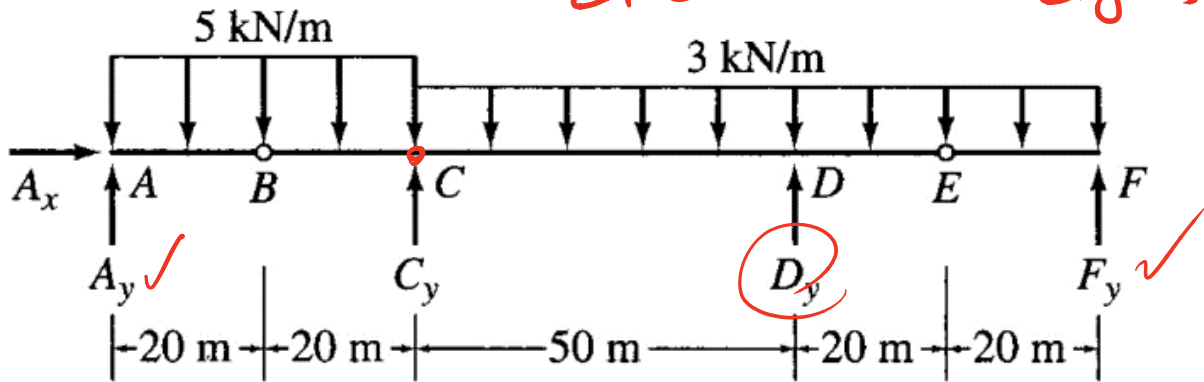


رسم دیاگرام آزاد :

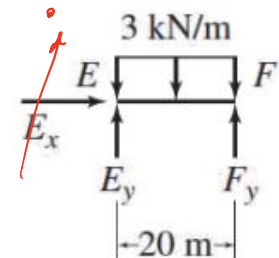
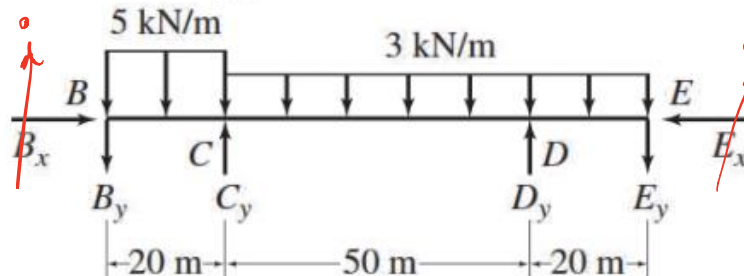
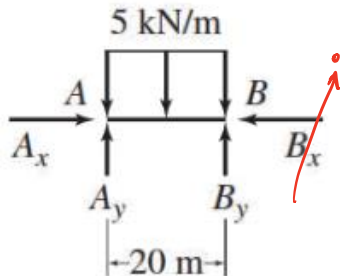


$\sum F_x = 0$   
 $\rightarrow Ax = 0$

# مثال ٣٦

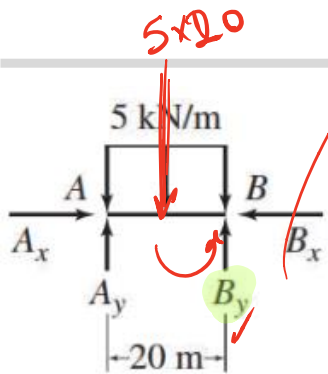


رسم دیاگرام آزاد + رسم نیروهای داخلی هر مقطع :



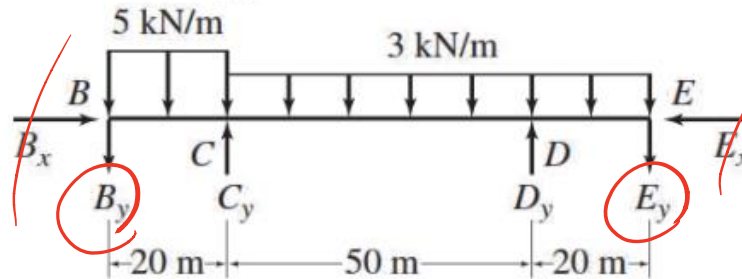


# مثال ٣٦



$$+ \rightarrow \sum F_x = 0$$

$$A_x = 0$$

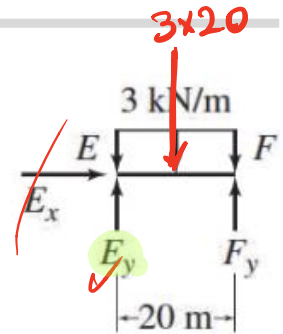


$$+ \zeta \sum M_B^{AB} = 0$$

$$-A_y(20) + [5(20)](10) = 0$$

$$A_y = 50 \text{ kN} \checkmark$$

$$A_y = 50 \text{ kN} \uparrow$$



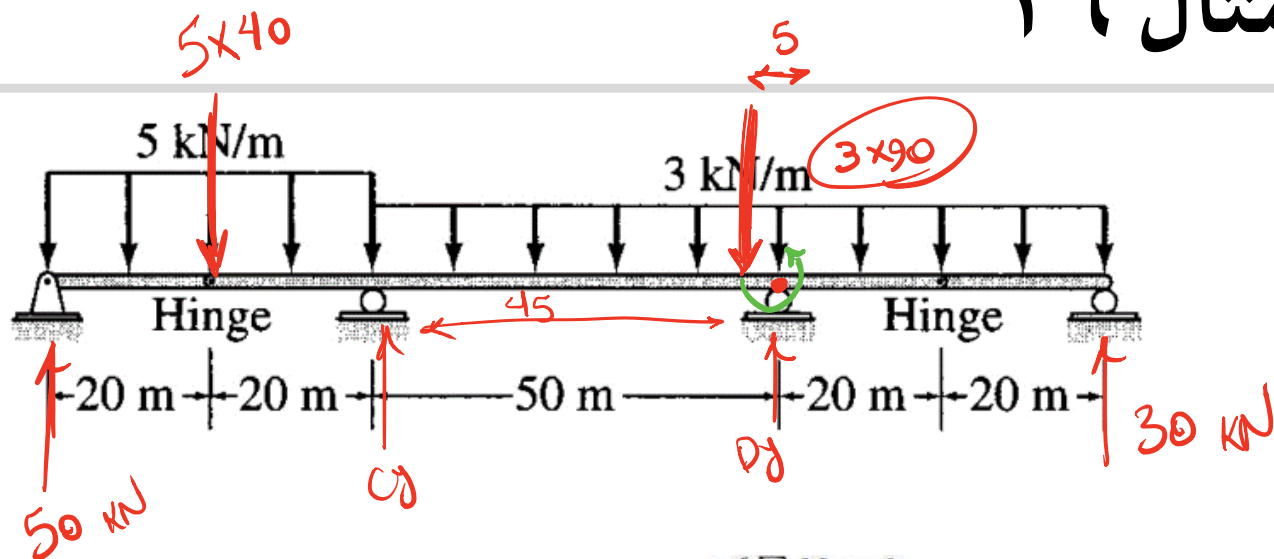
$$+ \zeta \sum M_E^{EE} = 0$$

$$-\underbrace{[3(20)](10)} + \underbrace{F_y(20)} = 0$$

$$F_y = 30 \text{ kN}$$

$$F_y = 30 \text{ kN} \uparrow$$

# مثال ٣٦



$$+ \zeta \sum M_D = 0$$

$$\underline{-50(90)} + \underline{[5(40)](70)} - \underline{C_y(50)} + \underline{[3(90)](5)} + \underline{30(40)} = 0$$

$$C_y = 241 \text{ kN}$$

$$C_y = 241 \text{ kN} \uparrow$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \quad \checkmark$$

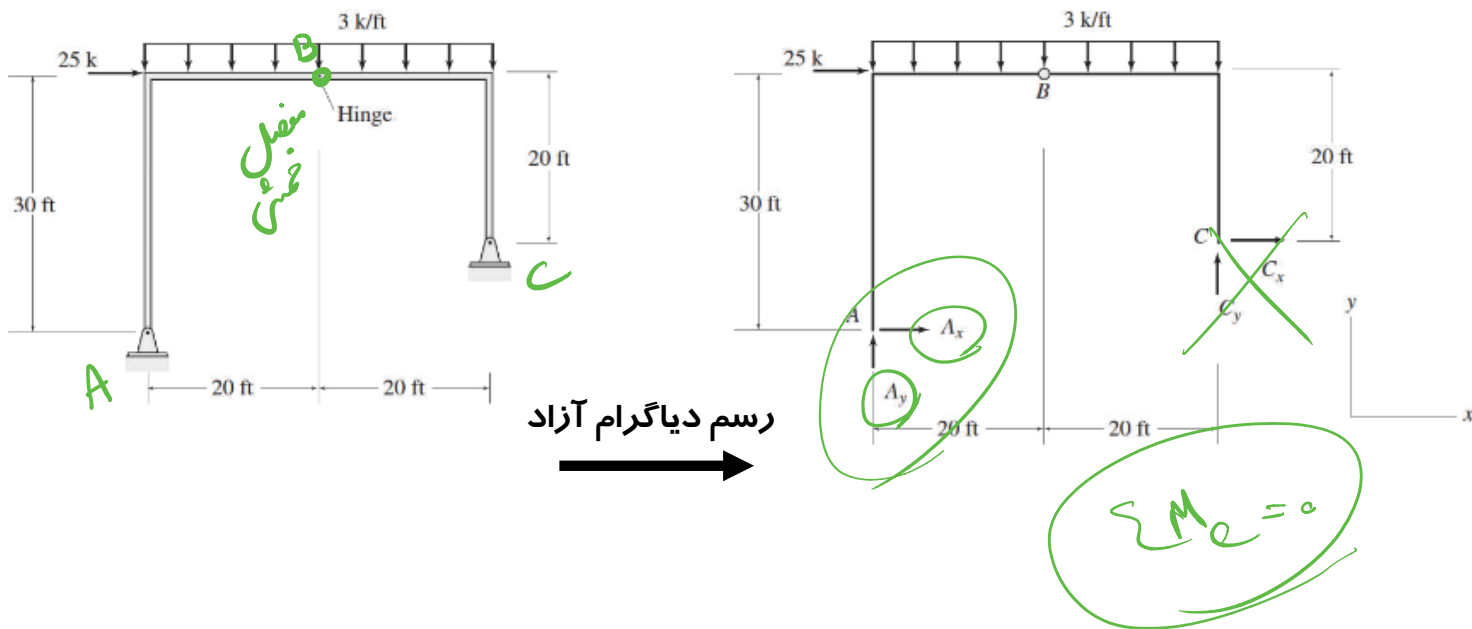
$$50 - 5(40) + 241 - 3(90) + D_y + 30 = 0$$

$$D_y = 149 \text{ kN}$$

$$D_y = 149 \text{ kN} \uparrow$$

# مثال ٣٧

مطلوبست تعیین عکس العمل تکیه گاهی سازه زیر :



# مثال ٣٧

$$+\zeta \sum M_C = 0$$

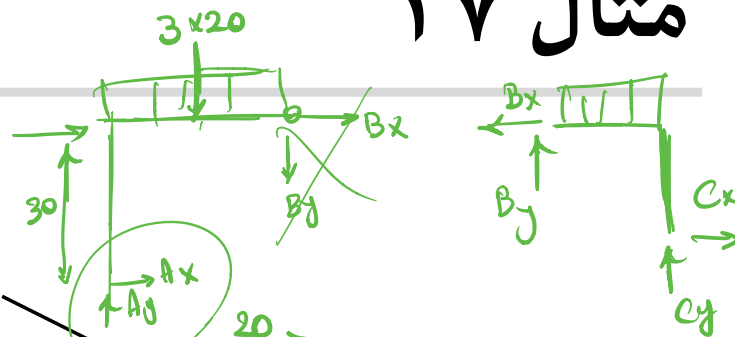
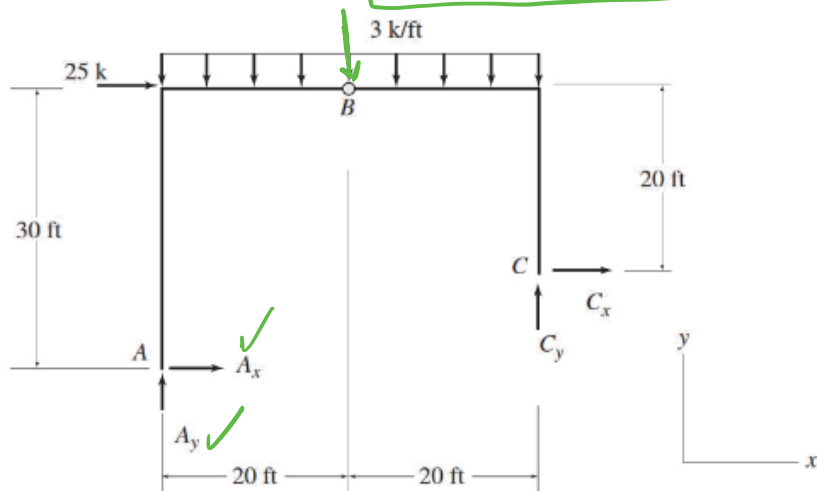
$$A_x(10) - A_y(40) - 25(20) + 3(40)(20) = 0$$

$$A_x - 4A_y = -190$$

$$+\zeta \sum M_B^{AB} = 0$$

$$A_x(30) - A_y(20) + 3(20)(10) = 0$$

$$3A_x - 2A_y = -60$$



$$A_x = 14 \text{ k} \rightarrow$$

$$A_y = 51 \text{ k} \uparrow$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \quad \checkmark$$

$$14 + 25 + C_x = 0$$

$$C_x = -39 \text{ k}$$

$$C_x = 39 \text{ k} \leftarrow$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad \checkmark$$

$$51 - 3(40) + C_y = 0$$

$$C_y = 69 \text{ k}$$

$$C_y = 69 \text{ k} \uparrow$$