

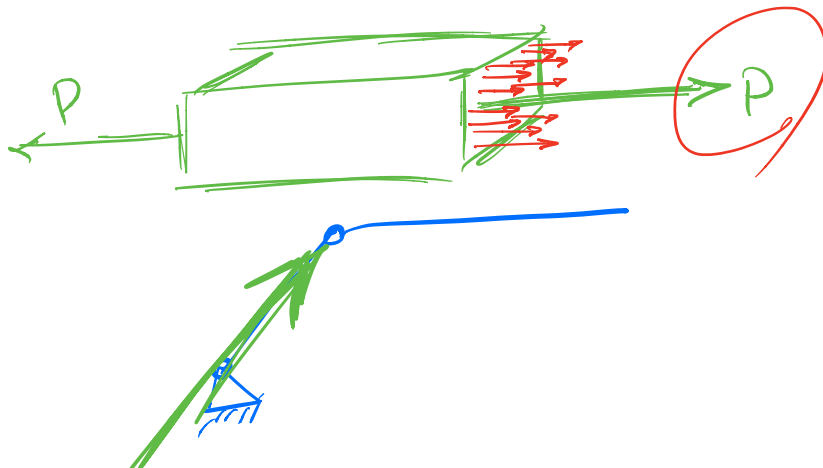
فصل (۲)

نیروهای داخلی در تیرها و قاب ها

تعیین نیروهای داخلی و رسم نمودار تغییرات آن ها در طول عضو

بعد از تعیین واکنش های تکیه گاهی گام بعدی تعیین نیروهای داخلی اعضا می باشد. برای این کار ابتدا با طبیعت نیروهای داخلی آشنا می شویم.

به طور کلی نیروی داخلی برآیند مجموعه تنش هایی است که در مقطع عضو ایجاد می شود.

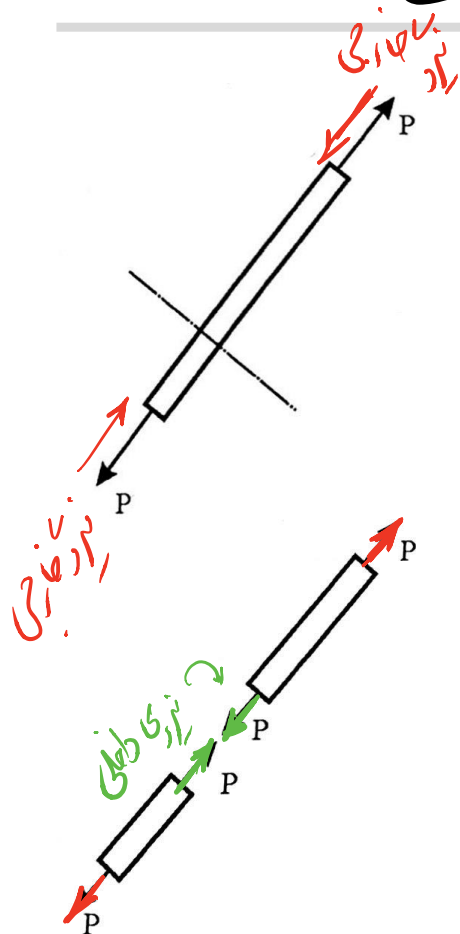


$$\sigma = \frac{P}{A}$$

نیروی داخلی اعضای دو نیرویی

- اعضای دو نیرویی اعضای مستقیم می باشند که دو انتهای آن ها مفصلی است و فقط از طریق دو انتها تحت نیروهای خارجی قرار می گیرند.
- نمونه خوبی از اعضای دو نیرویی اعضای موجود در یک خرپا می باشد. از اعضای دو نیرویی ممکن است در قاب ها نیز استفاده گردد.
- اعضای دو نیرویی وقتی در حال تعادل هستند که نیروهای وارد بر دو انتهای آن ها **هم امتداد و مختلف الجهد** باشند. در این حالت ممکن است عضو دو نیرویی فشاری و یا کششی باشد.

نیروی داخلی اعضای دو نیرویی



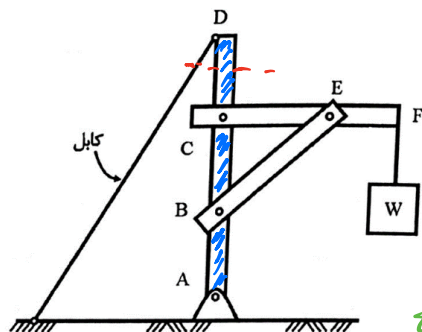
- برای تعیین نیروی داخلی در عضو دو نیرویی مقطعی از آن عبور می دهیم. ملاحظه می شود برای حفظ تعادل هر کدام از قطعات چپ و راست کفایت یک نیروی محوری در محل قطع شده داشته باشیم.

- اگر محل مقطع را عوض کنیم مقدار نیروی محوری تغییر نمی کند و در طول عضو ثابت است. ✓

- نیروی محوری در واقع بر آیند تنش های قائم در مقطع می باشد.

- طبق قرار داد اگر کششی باشد با علامت مثبت (+) و اگر فشاری باشد با علامت منفی (-) در نظر گرفته می شود.

نیروی داخلی در اعضای چند نیرویی



برای بررسی نیروهای داخلی اعضای چند نیرویی، در قاب شکل روبرو دیاگرام آزاد عضو AD رسم می گردد. برای مطالعه نیروهای داخلی، مقطعی مانند L از آن عبور داده و دیاگرام آزاد DJ را رسم می کنیم.

در این دیاگرام آزاد برای حفظ تعادل نیروها در امتداد قائم، نیاز به نیروی داخلی محوری P می باشد. برای تعادل در امتداد افق نیاز به نیروی برشی داخلی V و برای تعادل لنگر وجود لنگر خمشی M لازم است.

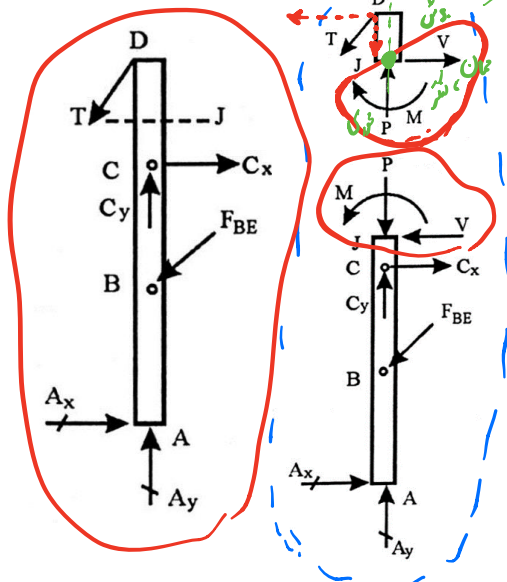
در اعضای چند نیرویی صفحه ای در حالت کلی وجود این ۳ نیروی داخلی لازم است.

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \checkmark \\ \sum F_x &= 0 \checkmark \\ \sum M &= 0 \checkmark\end{aligned}$$

P: نیروی محوری داخلی = تلاش محوری ✓

V: نیروی برشی داخلی = تلاش برشی ✓

M: لنگر خمشی داخلی = تلاش خمشی ✓

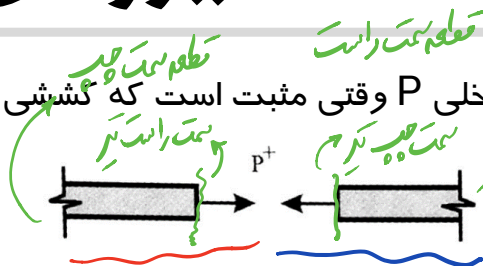


قرارداد علامت نیروهای داخلی

۱- نیروی محوری داخلی P وقتی مثبت است که کششی باشد.

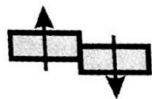


اثر نیروهای خارجی

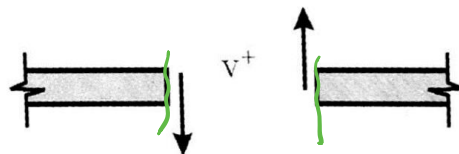


نیروی محوری مثبت در مقطع

۲- نیروی برشی داخلی V وقتی مثبت است که جهت آن منطبق با شکل زیر باشد.



اثر نیروهای خارجی

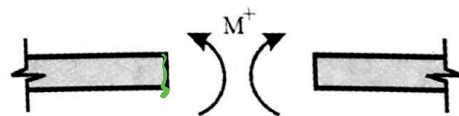


نیروی برشی مثبت در مقطع

۳- لنگر خمشی داخلی M وقتی مثبت است که در تار پایین ایجاد کشش و در تار بالا ایجاد فشار کند.



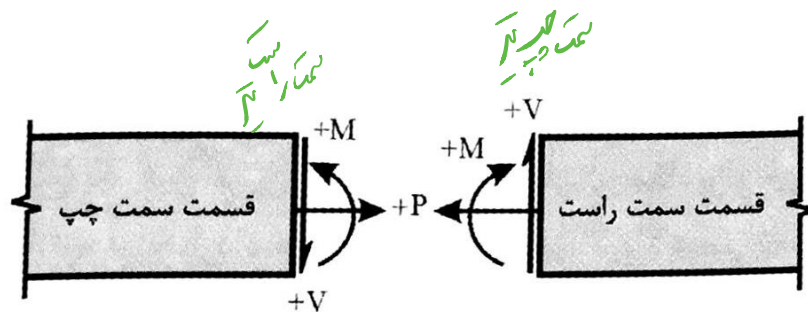
اثر نیروهای خارجی



لنگر خمشی مثبت در مقطع

قرارداد علامت نیروهای داخلی

به طور کلی در شکل زیر نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی مثبت نشان داده شده اند.



نیروهای مقاوم داخلی

روش مقطع زدن (Section Method)

ساده ترین روش برای رسم نمودار تغییرات نیروهای داخلی روش مقطع زدن است. در این روش در محل مورد مطالعه مقطعی عبور داده شده و نیروهای داخلی در جهت مثبت شان نمایش داده می شوند. معادلات تعادل برای قسمت چپ و راست را نوشته و نیروهای داخلی محاسبه می گردند.

این روش در استاتیک مورد بحث قرار گرفته است و سعی می شود در مثال های آتی یادآوری از آن صورت گیرد.

مثال ۱

+ منقل

+ قبل و بعد از نیرو
+ قبل و بعد از تکیه گاه

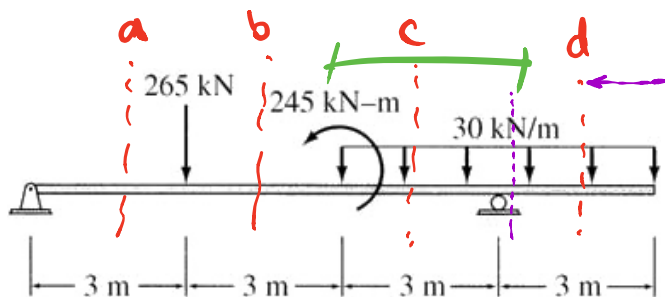
$$r = 3$$

$$K = 0$$

$$C = 0$$

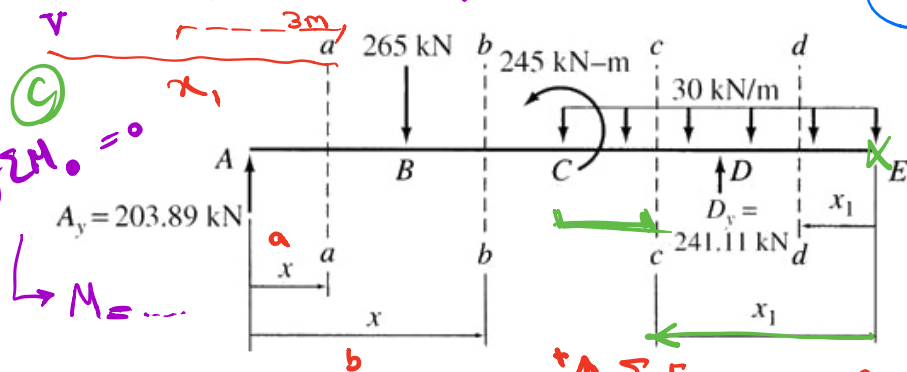
$$(r+3K) - (C+3) = 3-3 = 0 \quad \text{معین}$$

مطلوبست رسم نمودار تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی سازه زیر به



Free body diagram of segment a-b:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V + 241.11 - 30(x_1) = 0$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow 203.89 - 265 = V$$

روش مقطع زدن:

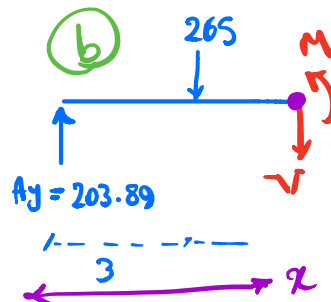
$$\sum M = 0 \Rightarrow -M - 30(x_1)\left(\frac{x_1}{2}\right) = 0 \Rightarrow M = -15x_1^2$$

(d)

Free body diagram of segment c-d:

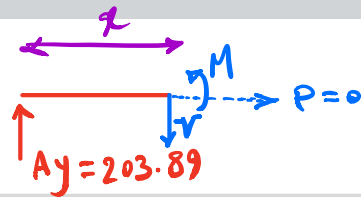
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V - 30(x_1) = 0 \Rightarrow V = 30x_1$$

رسم دیاگرام آزاد:



$$\sum M = 0$$

$$M = \dots$$



$$\sum M = 0$$

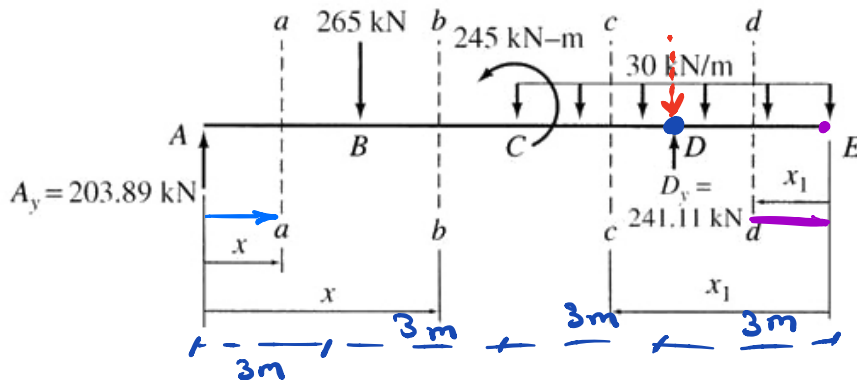
$$\rightarrow M - 203.89 \times x = 0$$

$$\rightarrow M = 203.89x$$

مثال ۱

محاسبه عکس العمل های

تکیه گاهی :



$$+ \rightarrow \sum F_x = 0$$

$$A_x = 0$$

$$+ \curvearrowleft \sum M_D = 0$$

$$-A_y(9) + 265(6) + 245 + 30(6)(0) = 0$$

$$A_y = 203.89 \text{ kN} \uparrow$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$203.89 - 265 - 30(6) + D_y = 0$$

$$D_y = 241.11 \text{ kN} \uparrow$$

نوع بار	تأثیر بر $\sum F_x$	تأثیر بر $\sum F_y$	تأثیر بر $\sum M$
بار متمرکز	تأثیر ندارد	تأثیر دارد	تأثیر دارد
بار گسترده	تأثیر ندارد	تأثیر دارد	تأثیر دارد
بار ممان	تأثیر ندارد	تأثیر ندارد	تأثیر دارد

مثال ۱

برای رسم دیاگرام برش در قطع AB مقطع aa را به فاصله x از تکیه گاه A رسم می کنیم :

$$V = 203.89 \text{ kN} \quad \text{for } 0 < x < 3 \text{ m} \quad \alpha$$

حال با در نظر گرفتن مقطع bb برش در قطعه BC را محاسبه می کنیم :

$$V = 203.89 - 265 = -61.11 \text{ kN} \quad \text{for } 3 \text{ m} < x \leq 6 \text{ m} \quad \beta$$

برای محاسبه نیروهای برشی در سمت راست تیر بهتر است مختصات جدیدی تحت عنوان x_1 تعریف کنیم . حال با رسم مقطع cc و dd برای قطعات ED و DC خواهیم داشت :

$$\underline{V = 30x_1} \quad \text{for } 0 \leq x_1 < 3 \text{ m} \quad \delta$$

$$\underline{V = 30x_1 - 241.11} \quad \text{for } 3 \text{ m} < x_1 \leq 6 \text{ m} \quad \epsilon$$

با استفاده از معادلات بالا و جایگذاری مختصات های مختلف نیروهای داخلی را در نقاط مورد نظر محاسبه می نماییم.

مثال ۱

با توجه به معادله اول :

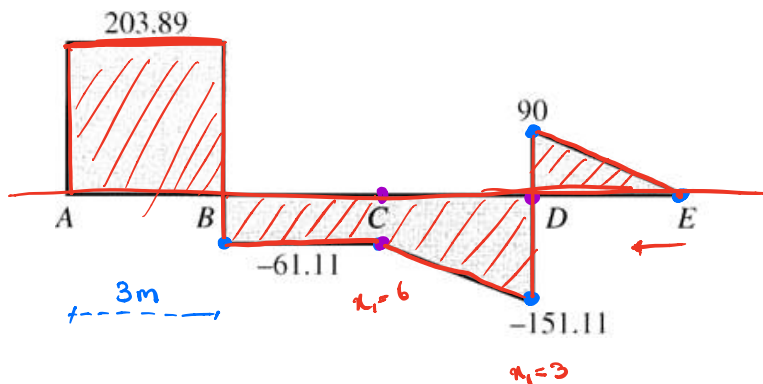
$$V_E = 30 \times 0 = 0 \text{ KN}$$

$$V_{D,R} \text{ راست} = 30 \times 3 = 90 \text{ KN}$$

با توجه به معادله دوم :

$$V_{D,L} \text{ چپ} = (30 \times 3) - 241.11 = -151.11 \text{ KN}$$

$$V_{C,R} \text{ راست} = (30 \times 6) - 241.11 = -61.11 \text{ KN}$$



دیاگرام برش (نمودار تغییرات نیروی برشی)
بر حسب کیلونیوتن :

مثال ۱

برای رسم دیاگرام خمش همانند مختصات ها و قطعاتی که برای رسم دیاگرام برش داشتیم
برای مقطع AB داریم :

$$M = 203.89x \quad \text{for } 0 \leq x \leq 3 \text{ m} \quad \text{a}$$

برای مقطع BC داریم : e

$$M = 203.89x - 265(x - 3) = -61.11x + 795 \quad \text{for } 3 \text{ m} \leq x < 6 \text{ m} \quad \text{b}$$

برای مقطع ED داریم :

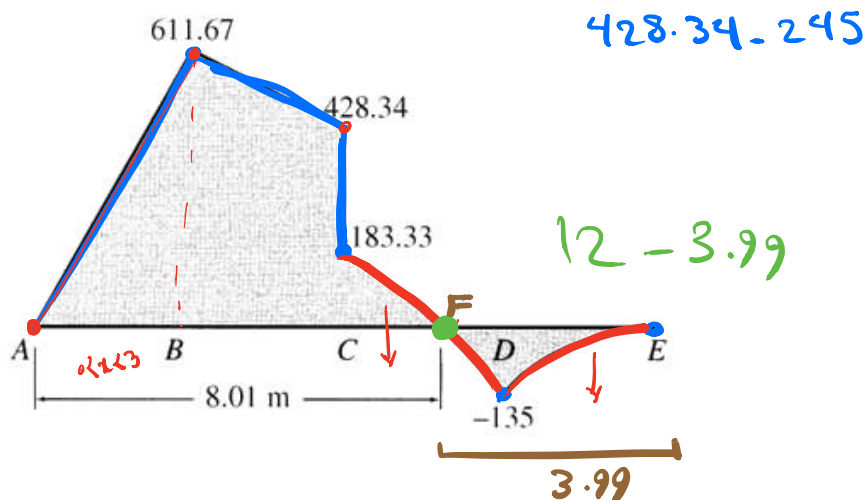
$$M = -30x_1 \left(\frac{x_1}{2} \right) = -15x_1^2 \quad \text{for } 0 \leq x_1 \leq 3 \text{ m} \quad \text{d}$$

برای مقطع DC داریم :

$$M = -15x_1^2 + 241.11(x_1 - 3) = -15x_1^2 + 241.11x_1 - 723.33 \quad \text{for } 3 \text{ m} \leq x_1 < 6 \text{ m} \quad \text{c}$$

مثال ۱

دیاگرام خمشی (نمودار تغییرات لنگر خمشی) بر حسب کیلونیوتن-متر :



به نقطه ای که لنگر خمشی در آن صفر می باشد، نقطه عطف گفته می شود.

برای تعیین محل نقطه عطف کافی است در معادله قطعه مورد نظر ممان را برابر صفر قرار

دهیم.

$$M = -15x_1^2 + 241.11x_1 - 723.33 = 0$$

مثال ۱

به نقطه ای که لنگر خمشی در آن صفر می باشد، نقطه عطف گفته می شود.
برای تعیین محل نقطه عطف کافی است در معادله قطعه مورد نظر ممان را برابر صفر قرار دهیم.

در این مثال با توجه به اینکه در نقطه F ممان صفر است پس نقطه عطف می باشد و برای تعیین محل آن با توجه به اینکه نقطه مورد نظر در قطعه DC قرار گرفته است می توان با استفاده از معادله قطعه DC نوشت :

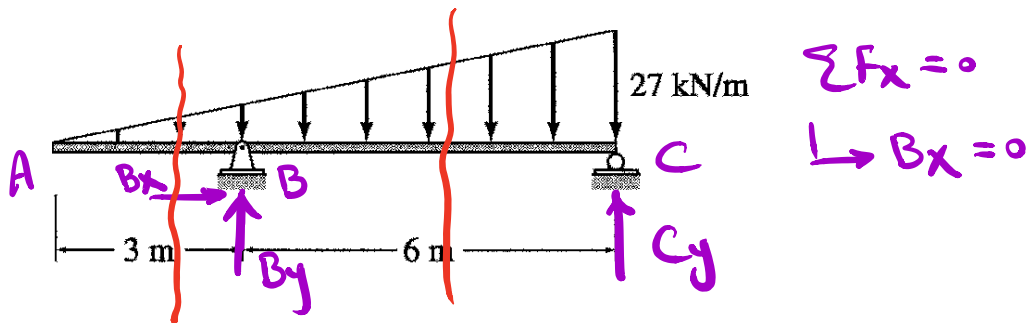
$$M = -15x_1^2 + 241.11x_1 - 723.33 = 0 \longrightarrow x_1 = 3.99m$$

به عبارتی نقطه عطف در فاصله ۳/۹۹ متر از سمت راست تیر (نقطه E) قرار گرفته است.

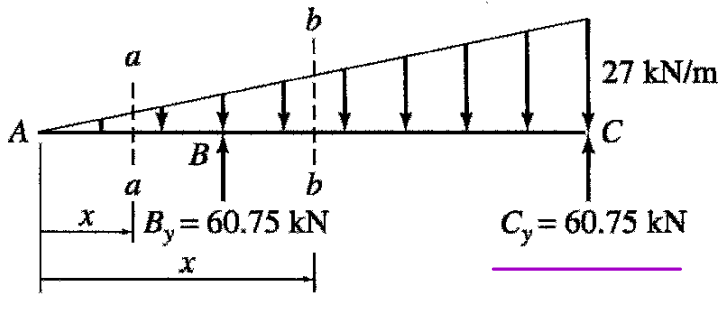
مثال ۲

مطلوبست رسم نمودار تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی سازه زیر به

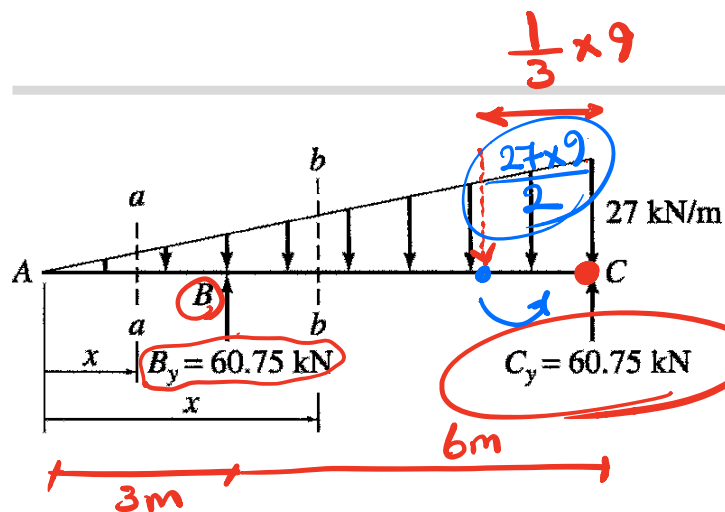
روش مقطع زدن :



رسم دیاگرام آزاد :



مثال ۲



محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی :

$$\frac{27 \times 9}{2}$$

$$+ \rightarrow \sum F_x = 0 \quad B_x = 0$$

$$+ \zeta \sum M_c = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)(9)(27)\left(\frac{9}{3}\right) - B_y(6) = 0 \quad B_y = 60.75 \text{ kN} \uparrow$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)(9)(27) + 60.75 + C_y = 0 \quad C_y = 60.75 \text{ kN} \uparrow$$

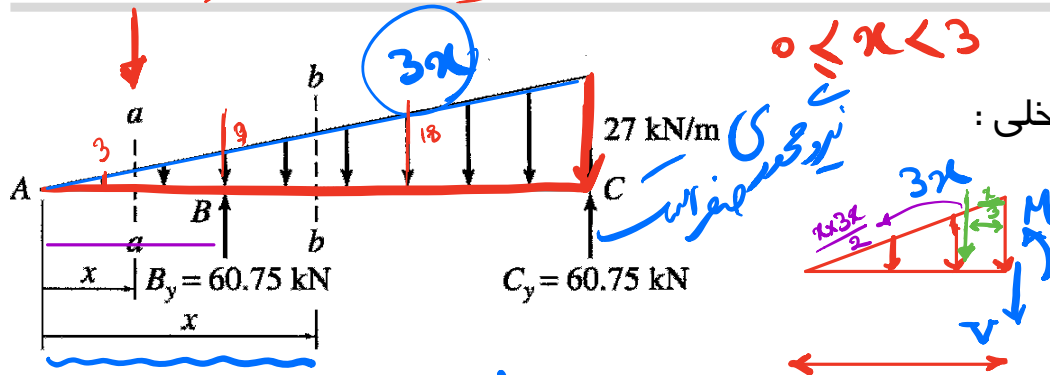
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \Rightarrow$$

$$x_1 = 0 \quad y_1 = 0$$

$$x_2 = 9 \quad y_2 = 27$$

$$y = \frac{27}{9} (x) \Rightarrow y = 3x$$

مثال ۲



$$w(x) = \left(\frac{27}{9}\right)x = 3x \text{ kN/m}$$

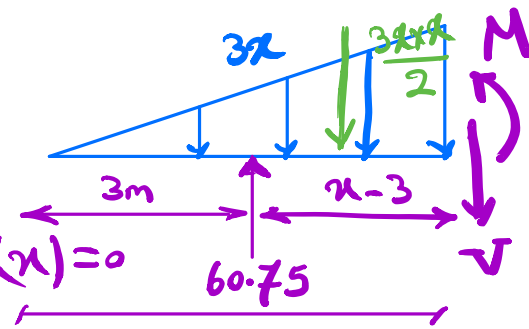
$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad -V - \frac{3x \times x}{2} = 0$$

با رسم مقاطع aa و bb در قطعات AB و BC خواهیم داشت:

$$V = -\left(\frac{1}{2}\right)(x)(3x) = -\frac{3x^2}{2} \quad \text{for } 0 \leq x < 3 \text{ m}$$

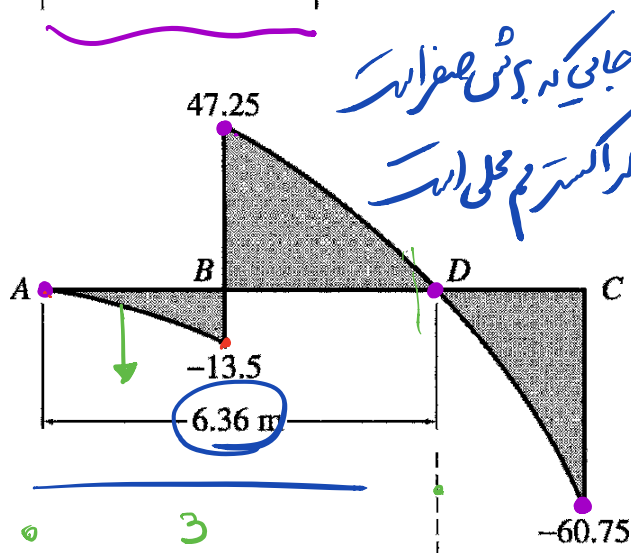
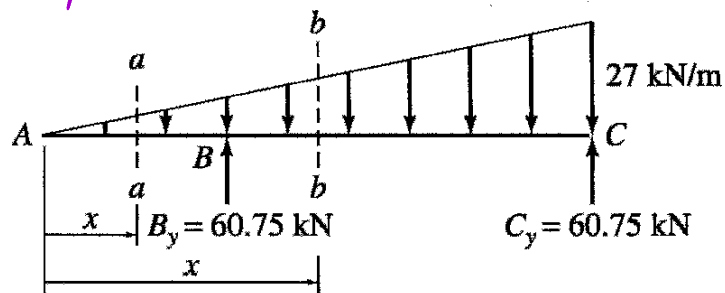
$$V = -\left(\frac{3x^2}{2}\right) + 60.75 \quad \text{for } 3 \text{ m} < x < 9 \text{ m}$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad -V + 60.75 - \left(\frac{1}{2}\right)(3x)(x) = 0$$



مثال ۲

دیاگرام برش :

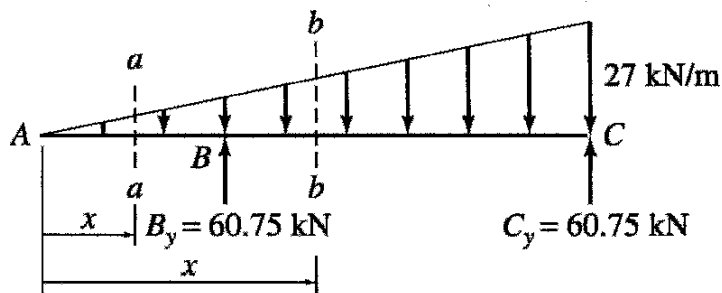


برای پیدا کردن محل نقطه D در قطعه BC داریم :

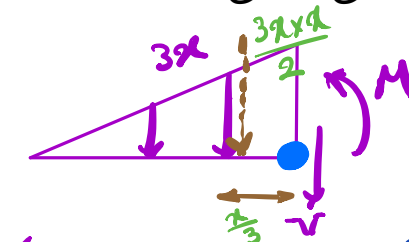
$$V = -\left(\frac{3x^2}{2}\right) + 60.75 = 0$$

$$x = 6.36 \text{ m}$$

مثال ۲



محاسبه لنگرهای خمشی داخلی :



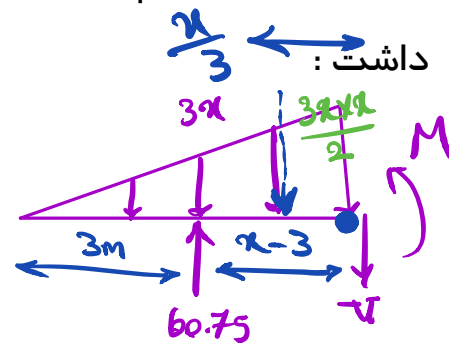
$$w(x) = \left(\frac{27}{9}\right)x = 3x \text{ kN/m}$$

$$-\frac{3x^2}{2} + 60.75$$

همانند قبل با رسم مقاطع aa و bb در قطعات AB و BC خواهیم داشت :

$$M = -\left(\frac{1}{2}\right)(x)(3x)\left(\frac{x}{3}\right) = -\frac{x^3}{2} \text{ for } 0 \leq x \leq 3 \text{ m}$$

$$M = -\left(\frac{x^3}{2}\right) + 60.75(x-3) \text{ for } 3 \text{ m} \leq x \leq 9 \text{ m}$$



$$+\sum M_{\bullet} = 0 \Rightarrow M - 60.75(x-3) \dots$$

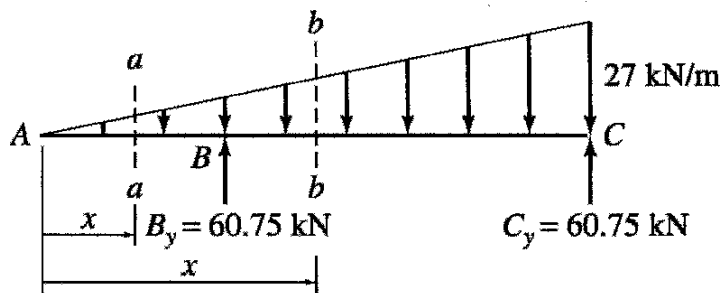
$$+ \left(\frac{3x \times x}{2} \right) \left(\frac{x}{3} \right) = 0$$

$$x=3 \rightarrow M = -13.5 \text{ KN.m}$$

$$x=9 \rightarrow M = 0$$

مثال ۲

دیاگرام خمش :



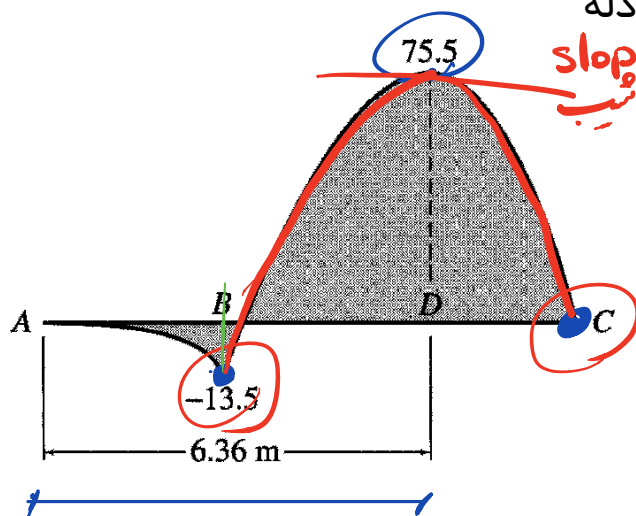
برای پیدا کردن محل نقطه D (ماکزیمم ممان) از معادله

$\text{slope} = 0$

ممان در قطعه BC مشتق می گیریم :

$$\frac{dM}{dx} = \left(-\frac{3x^2}{2} \right) + 60.75 = 0$$

$$x = 6.36 \text{ m}$$



مثال ۲

۱ با توجه به محل ماکزیمم ممان (لنگر) می توان فهمید که مکان آن با مکان نقطه ای که برش صفر می باشد یکسان است !

۲ همچنین مقایسه معادله برش در قطعه BC و معادله مشتق لنگر در قطعه BC نشان می دهد که با دو رابطه یکسان روبرو هستیم.

۳ به عبارتی شیب دیاگرام خمش در یک نقطه برابر است با مقدار برش در آن نقطه.

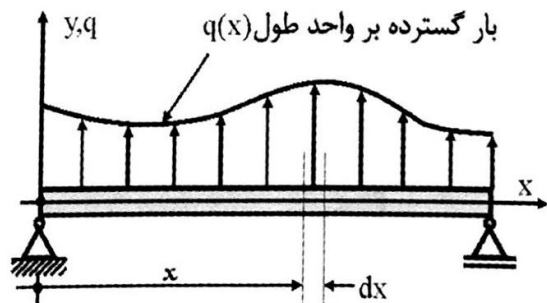
در مورد نتایج فوق در اسلایدهای بعد بحث می شود.

حال در این مسئله با قرار دادن نقطه D در معادله لنگر قطعه BC میتوانیم مقدار حداکثر لنگر را بدست آوریم.

$$M_{\max} = -\left[\frac{(6.36)^3}{2}\right] + 60.75(6.36 - 3) = 75.5 \text{ kN-m}$$

معادلات دیفرانسیل تعادل (رابطه بین بارگذاری، نیروی برشی و لنگر خمشی)

$$-dV - qdx \Rightarrow$$



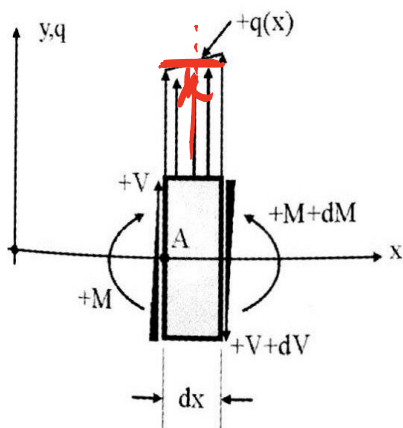
$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ و } V + qdx - (V + dV) = 0 \rightarrow \frac{dV}{dx} = q$$

شیب نمودار برش، برابر با شدت بار وارده است.

تغییرات نیروی برشی بین دو نقطه C و D :

$$V_D - V_C = \int_{x_C}^{x_D} qdx$$

(سطح زیر منحنی بارگذاری بین نقاط C و D)



$$+ \curvearrowright \Sigma M_A = 0 \text{ و } (M + dM) - M - (V + dV)dx + qdx \frac{dx}{2} = 0 \rightarrow \frac{dM}{dx} = V$$

شیب نمودار لنگر خمشی، برابر با نیروی برشی در هر مقطع است.

تغییرات لنگر خمشی بین دو نقطه C و D :

$$M_D - M_C = \int_{x_C}^{x_D} Vdx$$

(سطح زیر نمودار نیروی برشی بین مقاطع C و D)

روش جمع زدن (Summation Method)

در این روش برای رسم نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی از معادلات دیفرانسیل تعادل و نتایج حاصل از آن استفاده می شود. این روش بسیار کاربردی است و در مثال های آتی از آن استفاده می شود.

منحنی کیفی تغییر شکل

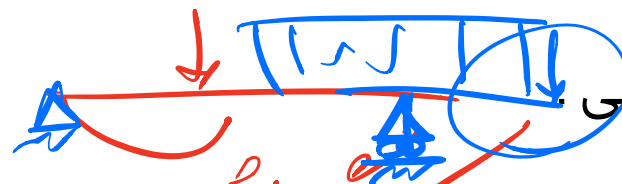
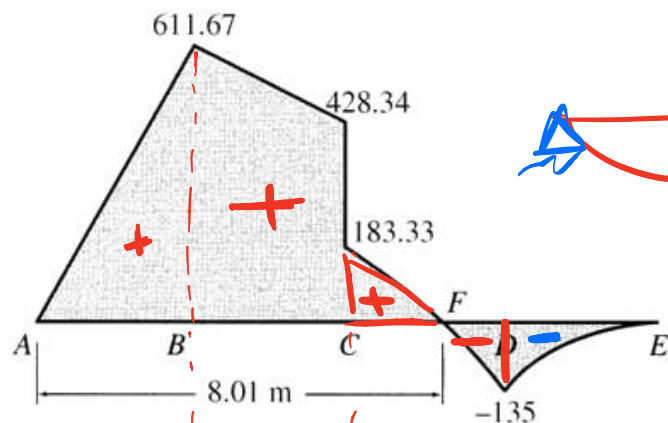
فصل ۵ سازه‌های منحنی

منحنی کیفی تغییر شکل (منحنی الاستیک) یک سازه، به زبان ساده طرح کلی (و معمولاً اغراق آمیز) از سطح خنثای سازه در موقعیت تغییر شکل یافته آن تحت تأثیر کنش شرایط معینی از بار گذاری است.

بر اساس قرار داد علامت پذیرفته شده لنگر مثبت باعث تقعر رو به بالای تیر (به جهت مثبت محور y) می شود، در حالی که لنگر منفی سبب تقعر رو به پایین تیر می شود. با استفاده از علامت انحنا، منحنی تغییر شکل خمشی تیر را می توان سازگار با شرایط تکیه گاهی آن به آسانی ترسیم کرد.

مثال ۳

با توجه به مثال ۱ یک منحنی تغییر شکل خمشی را ترسیم نمایید :



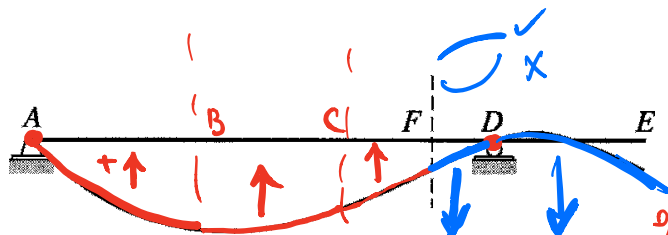
نمودار لنگر خمشی

جایی که لنگر صفر شود

به آن نقطه عطف

لفته می شود

منحنی تغییر شکل خمشی :

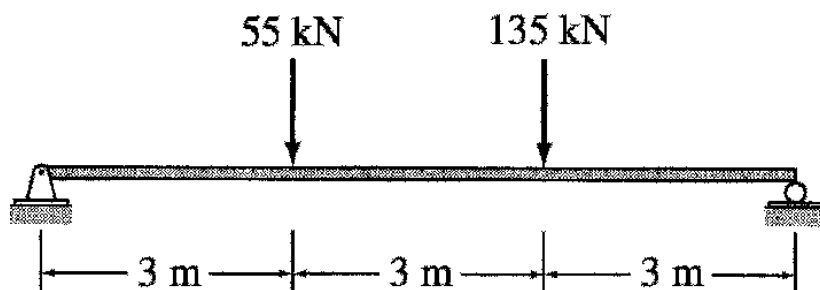


و تغییر رفتار

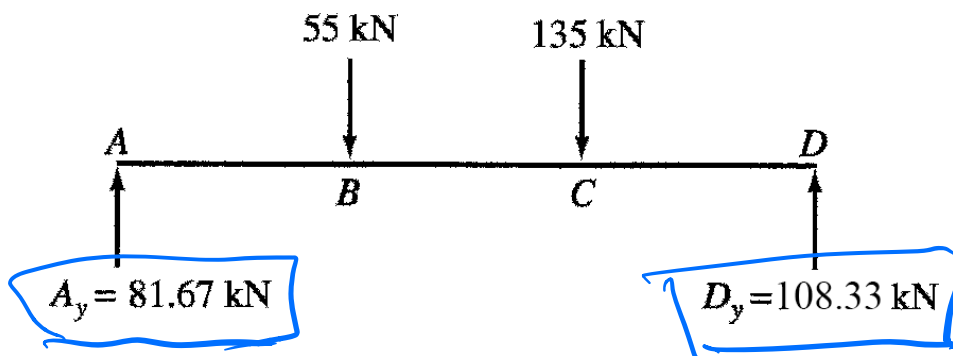
در این نقطه می شود

مثال ۴

مطلوبست رسم نمودار تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی سازه زیر به روش جمع زدن :



رسم دیاگرام آزاد :

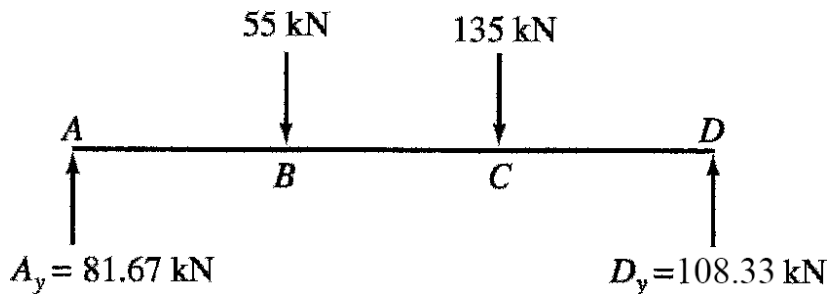


$$\sum M_D = 0 \rightarrow A_y \checkmark$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow D_y \checkmark$$

مثال ۴

محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی :



$$+ \rightarrow \sum F_x = 0 \quad A_x = 0$$

Handwritten notes: "D داخلی" (D internal) and "A داخلی" (A internal) with arrows pointing to the beam.

با استفاده از تناسب $A_y = 55 \left(\frac{6}{9} \right) + 135 \left(\frac{3}{9} \right) = 81.67 \text{ kN}$ $A_y = 81.67 \text{ kN} \uparrow$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$81.67 - 55 - 135 + D_y = 0$$

$$D_y = 108.33 \text{ kN}$$

Handwritten calculation for Dy:

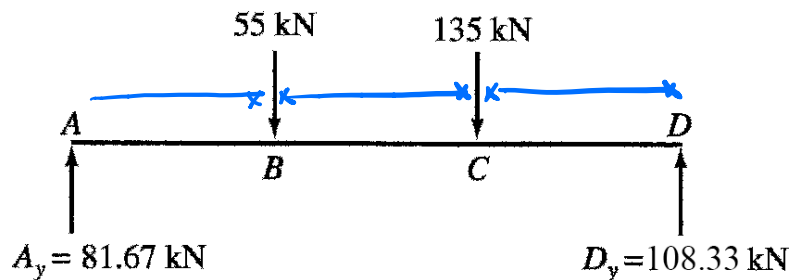
$$D_y = 55 \left(\frac{3}{9} \right) + 135 \left(\frac{6}{9} \right)$$

Handwritten notes: "A داخلی" (A internal) with an arrow pointing to the beam, and "1/3" below the fraction 3/9.

$$D_y = 108.33 \text{ kN} \uparrow$$

مثال ۴

رسم دیاگرام برش :



$$V_{A,R} = 81.67 \text{ kN}$$

$$V_{B,L} = 81.67 + 0 = 81.67 \text{ kN}$$

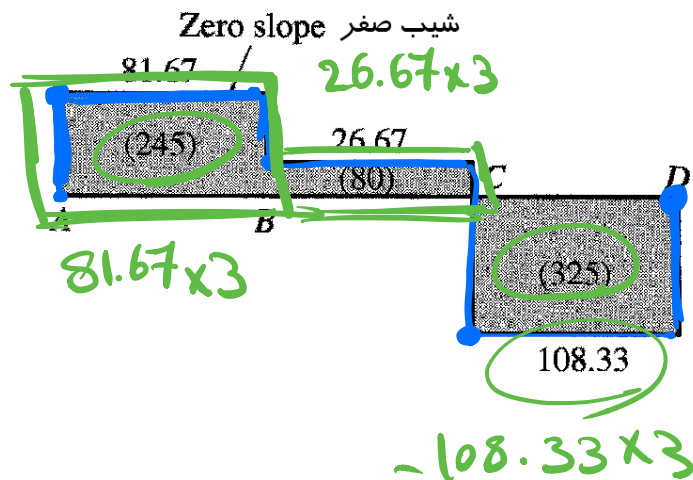
$$V_{B,R} = 81.67 - 55 = 26.67 \text{ kN}$$

$$V_{C,L} = 26.67 + 0 = 26.67 \text{ kN}$$

$$V_{C,R} = 26.67 - 135 = -108.33 \text{ kN}$$

$$V_{D,L} = -108.33 + 0 = -108.33 \text{ kN}$$

$$V_{D,R} = -108.33 + 108.33 = 0$$



مثال ۴

$$M_A = 0$$

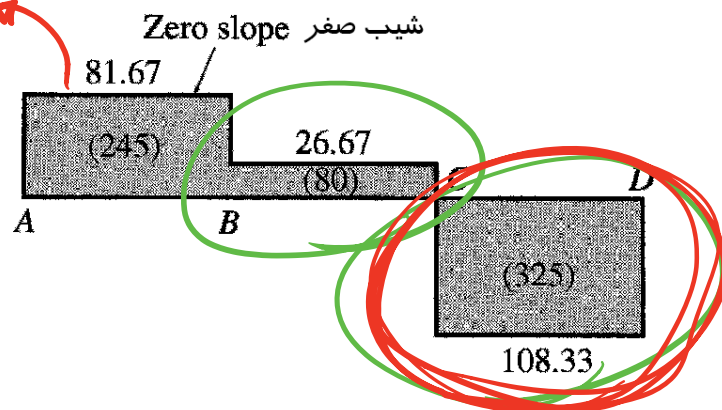
$$M_B = 0 + 245 = 245 \text{ kN-m}$$

$$M_C = 245 + 80 = 325 \text{ kN-m}$$

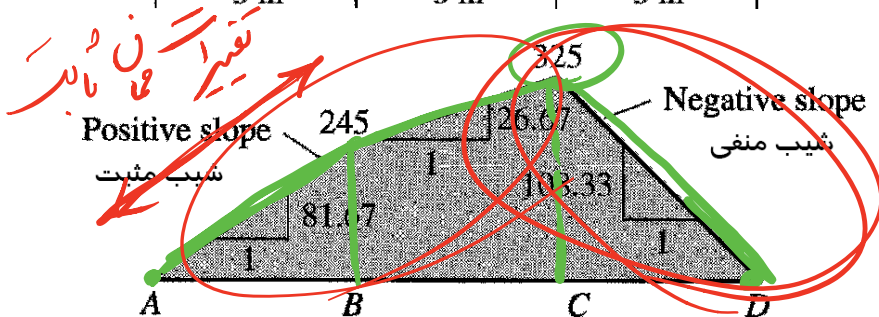
$$M_D = 325 - 325 = 0$$

با استفاده از دیاگرام برش داریم :

برش ثابت



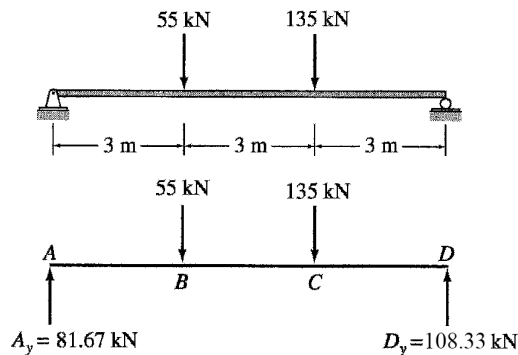
رسم دیاگرام لنگر خمشی :



مثال ۴

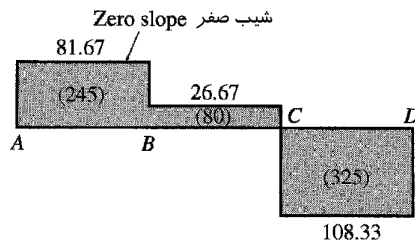
سازه ایده آل :

نمودار جسم آزاد :



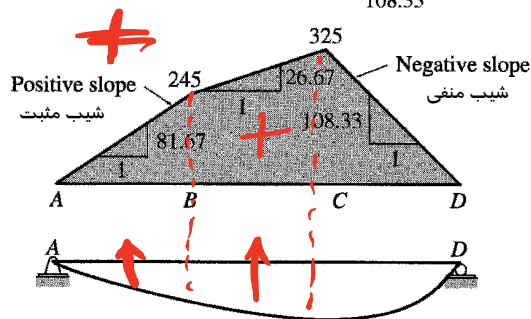
نمودار تغییرات نیروی برشی :

برحسب KN



نمودار تغییرات لنگر خمشی :

برحسب KN.m



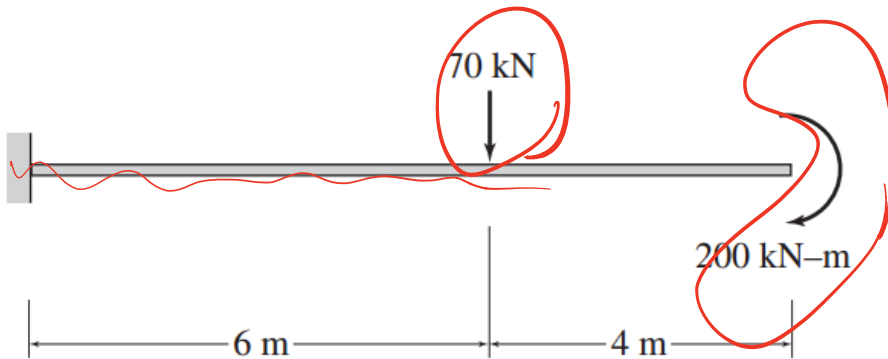
منحنی تغییر شکل خمشی :



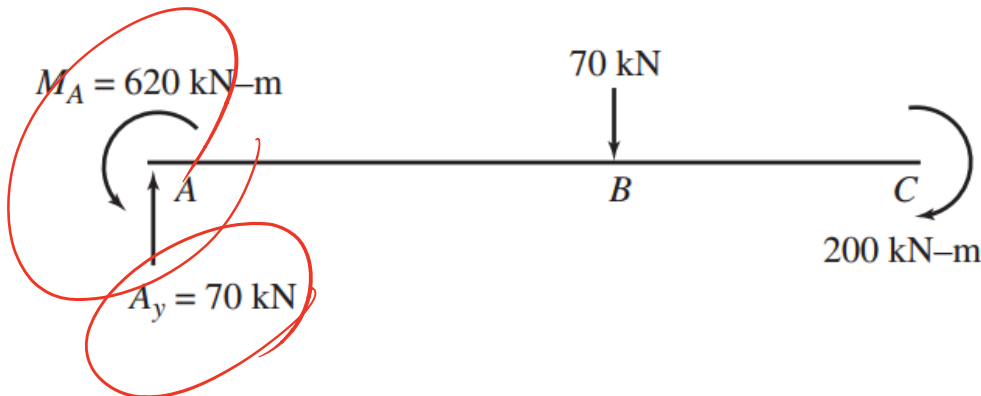
مثال ۵

مطلوبست رسم نمودار تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی سازه زیر به

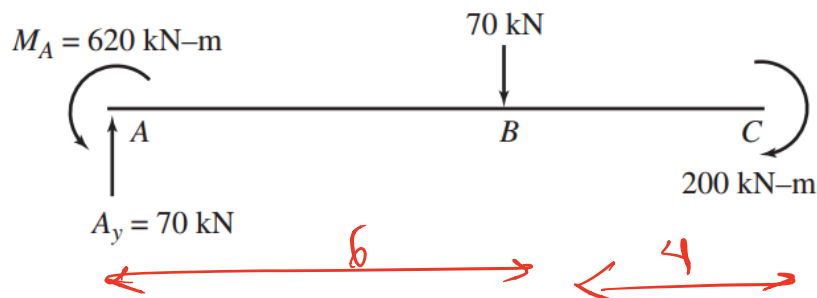
روش جمع زدن :



رسم دیاگرام آزاد :



مثال ۵



محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی :

$$+ \rightarrow \sum F_x = 0$$

$$A_x = 0$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$A_y - 70 = 0$$

$$A_y = 70 \text{ kN}$$

$$A_y = 70 \text{ kN} \uparrow$$

$$+ \curvearrowright \sum M_A = 0$$

$$M_A - 70(6) - 200 = 0$$

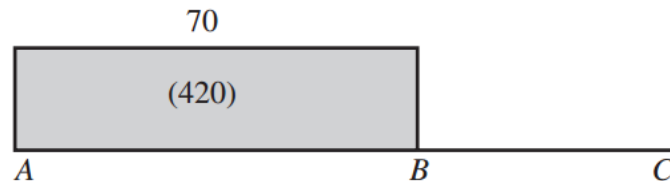
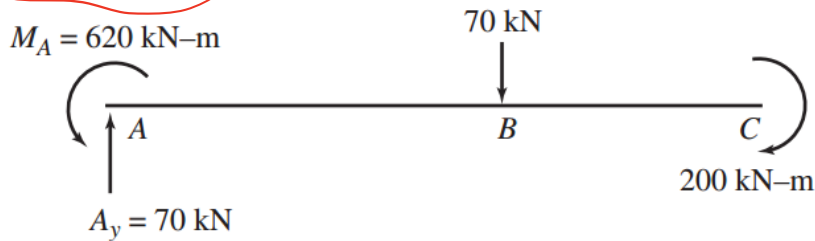
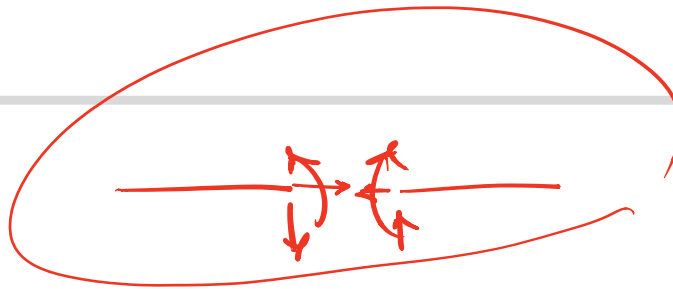
$$M_A = 620 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_A = 620 \text{ kN-m} \curvearrowleft$$

مثال ۵

رسم دیاگرام برش :

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x \\ \uparrow \sum F_y \\ + \curvearrowright \sum M_A \end{aligned}$$



$$V_{A,R} = 70 \text{ kN}$$

$$V_{B,L} = 70 + 0 = 70 \text{ kN}$$

$$V_{B,R} = 70 - 70 = 0$$

$$V_{C,L} = 0 + 0 = 0$$

$$V_{C,R} = 0 + 0 = 0$$

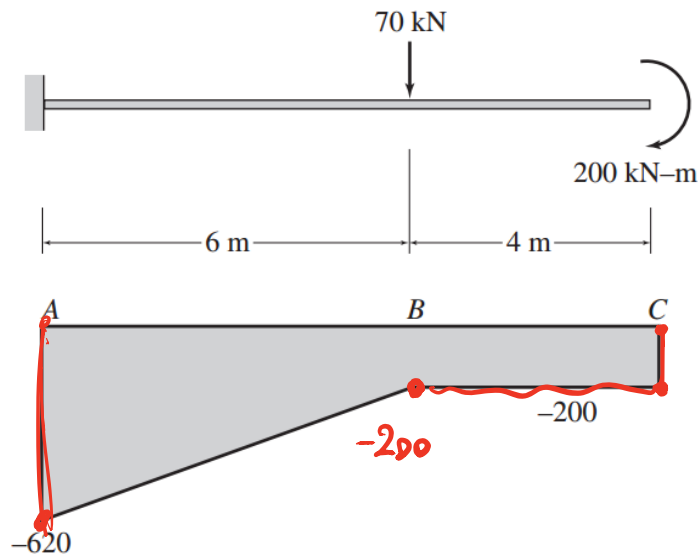
مثال ۵

$$M_{A,R} = -620 \text{ kN-m}$$

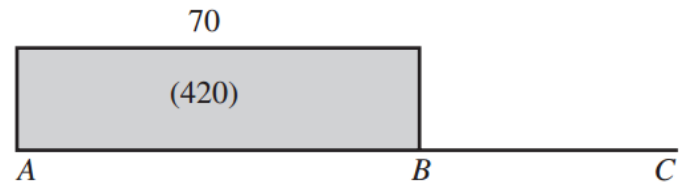
$$M_B = -620 + 420 = -200 \text{ kN-m}$$

$$M_{C,L} = -200 + 0 = -200 \text{ kN-m}$$

$$M_{C,R} = -200 + 200 = 0$$



با استفاده از دیاگرام برش داریم :



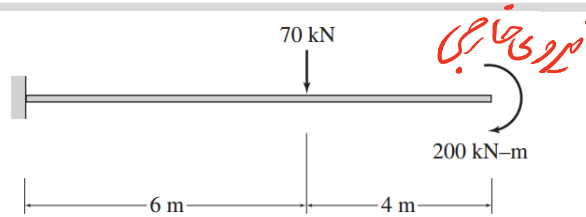
۲۰۰
۲۰۰
۲۰۰

-۲۰۰

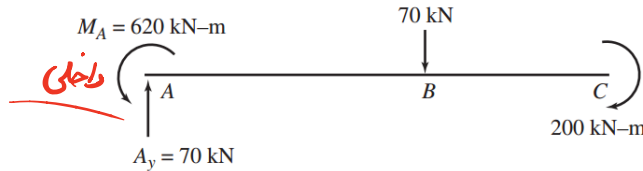
رسم دیاگرام لنگر خمشی :

مثال ۵

سازه ایده آل :

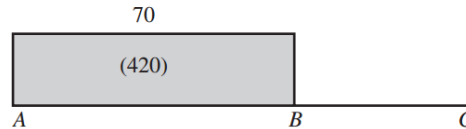


نمودار جسم آزاد :



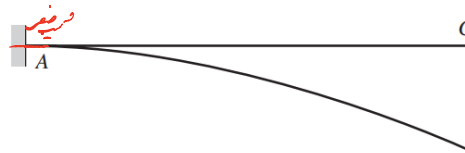
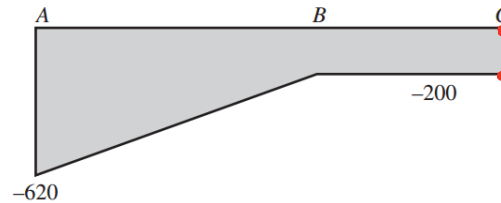
نمودار تغییرات نیروی برشی :

برحسب KN



نمودار تغییرات لنگر خمشی :

برحسب KN.m

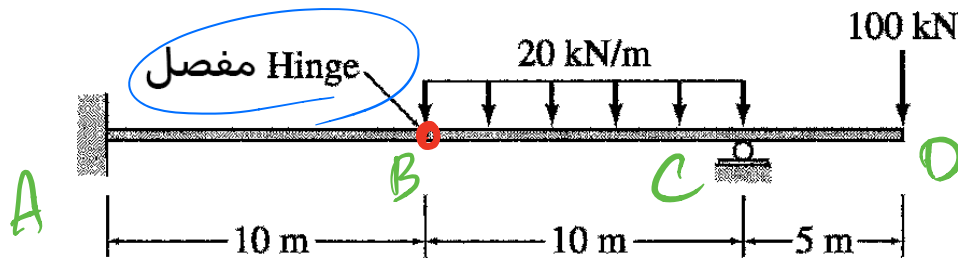


منحنی تغییر شکل خمشی :

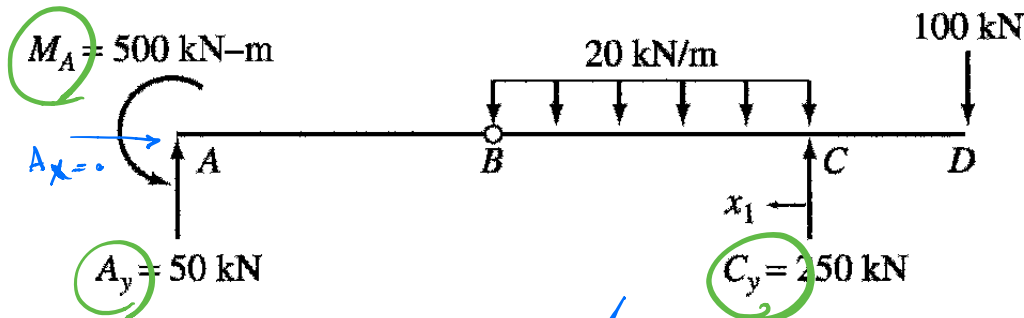
منحنی الیستیک

مثال ۶

مطلوبست رسم نمودار تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی سازه زیر به روش جمع زدن :



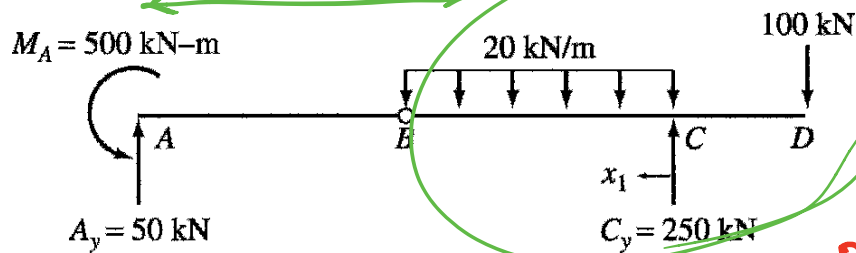
رسم دیاگرام آزاد :



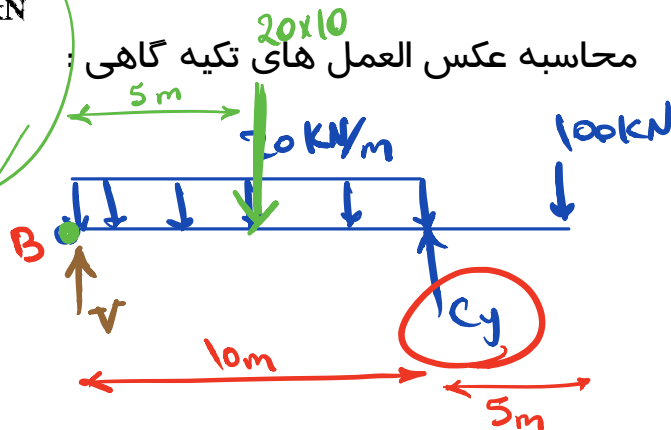
مثال ۶

$$M_A - 50 \times 10 = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\rightarrow M_A = 500$$



محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی :



$$+\zeta \sum M_B^{BD} = 0$$

$$-20(10)(5) + C_y(10) - 100(15) = 0$$

$$C_y = 250 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$A_y - 20(10) + 250 - 100 = 0$$

$$A_y = 50 \text{ kN}$$

$$C_y = 250 \text{ kN} \uparrow$$

$$A_y = 50 \text{ kN} \uparrow$$

$$+\zeta \sum M_A = 0$$

$$M_A - 20(10)(15) + 250(20) - 100(25) = 0$$

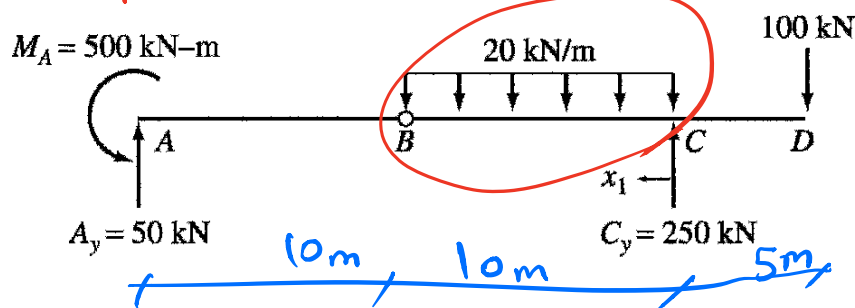
$$M_A = 500 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_A = 500 \text{ kN}\cdot\text{m} \curvearrowright$$

لحولانی
طریقه

مثال ۶

رسم دیاگرام برش :



$$V_{A,R} = 50 \text{ kN}$$

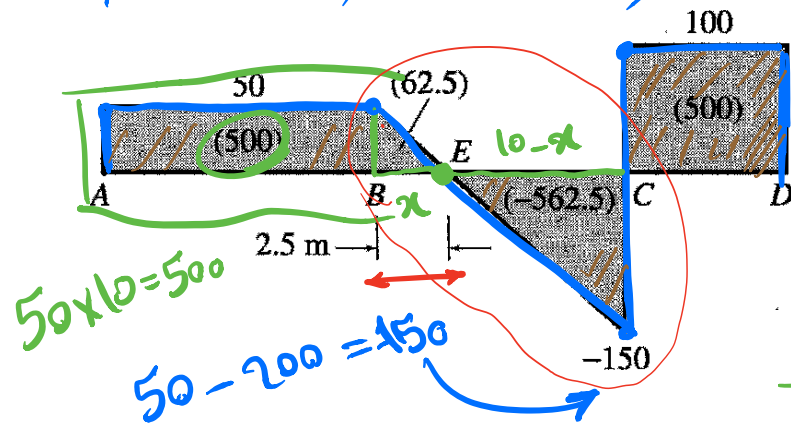
$$V_B = 50 + 0 = 50 \text{ kN}$$

$$V_{C,L} = 50 - 20(10) = -150 \text{ kN}$$

$$V_{C,R} = -150 + 250 = 100 \text{ kN}$$

$$V_{D,L} = 100 + 0 = 100 \text{ kN}$$

$$V_{D,R} = 100 - 100 = 0$$



$$\frac{50}{150} = \frac{x}{10-x} \Rightarrow$$

$$50(10-x) = 150x \rightarrow 500 - 50x = 150x$$

$$500 = 200x \Rightarrow x = \frac{500}{200} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m}$$

مثال ۶

$$M_{A,R} = -500 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = -500 + 500 = 0$$

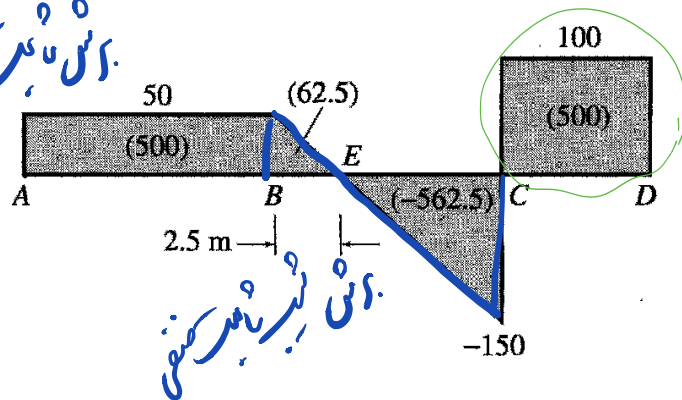
$$M_E = 0 + 62.5 = 62.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = 62.5 - 562.5 = -500 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

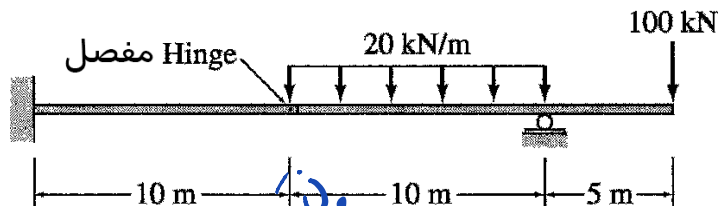
$$M_D = -500 + 500 = 0$$

با استفاده از دیاگرام برش داریم:

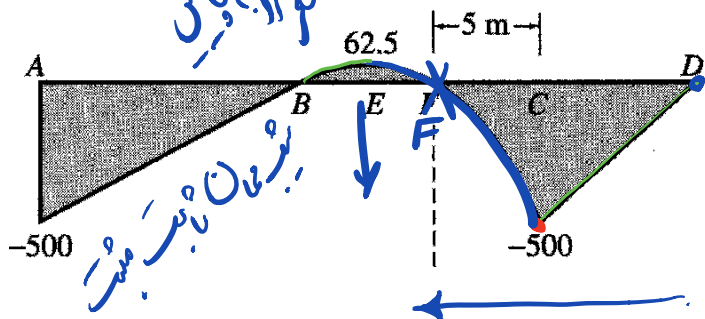
درش با برش



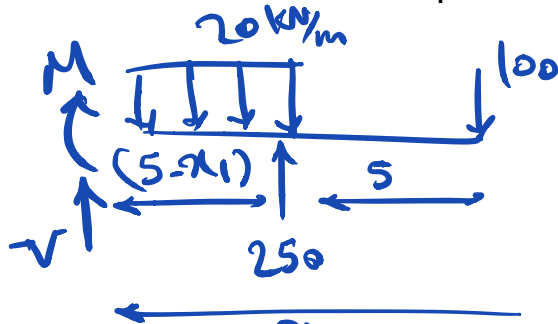
درش با برش منفی



درش با برش



رسم دیاگرام لنگر خمشی:



مثال ۶

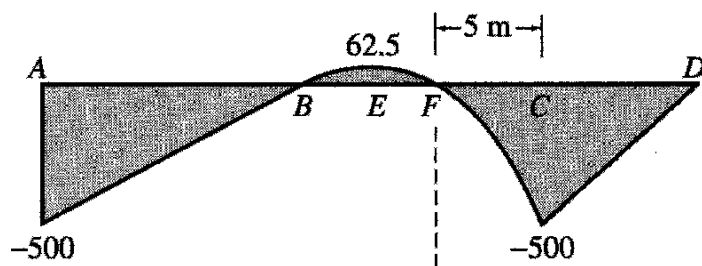
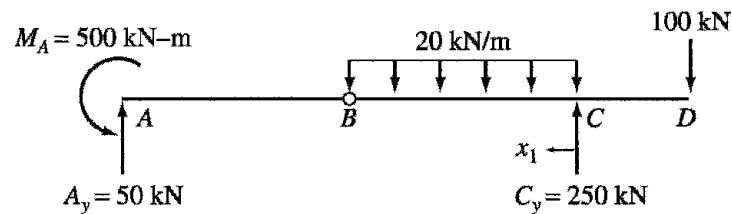
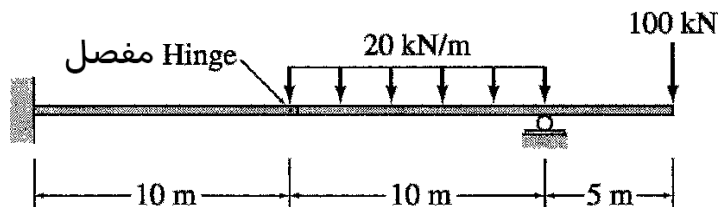
$$M = -100(5 + x_1) + 250x_1 - 20(x_1)\left(\frac{x_1}{2}\right) = 0$$

مکان نقطه F :

$$-10x_1^2 + 150x_1 - 500 = 0$$

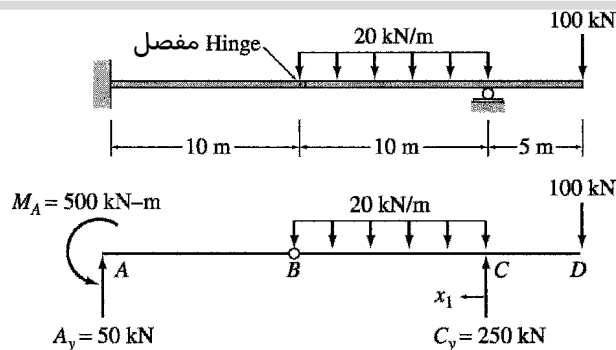
$$x_1 = 5 \quad \checkmark$$

$$x_1 = 10 \quad \times$$

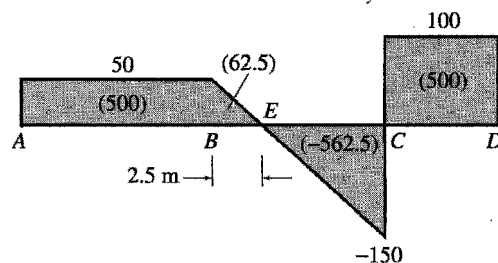


مثال ۶

سازه ایده آل :

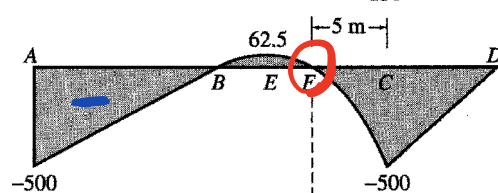


نمودار جسم آزاد :



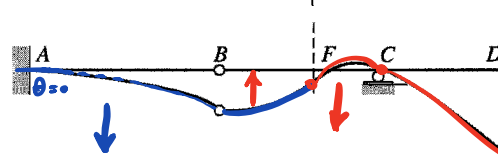
نمودار تغییرات نیروی برشی :

برحسب KN



نمودار تغییرات لنگر خمشی :

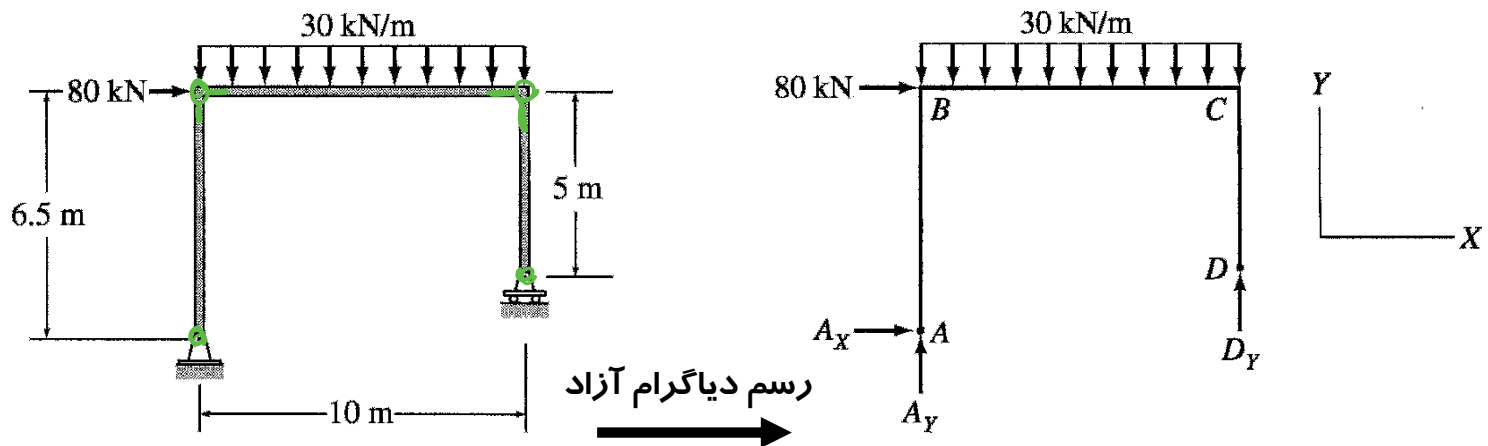
برحسب KN.m



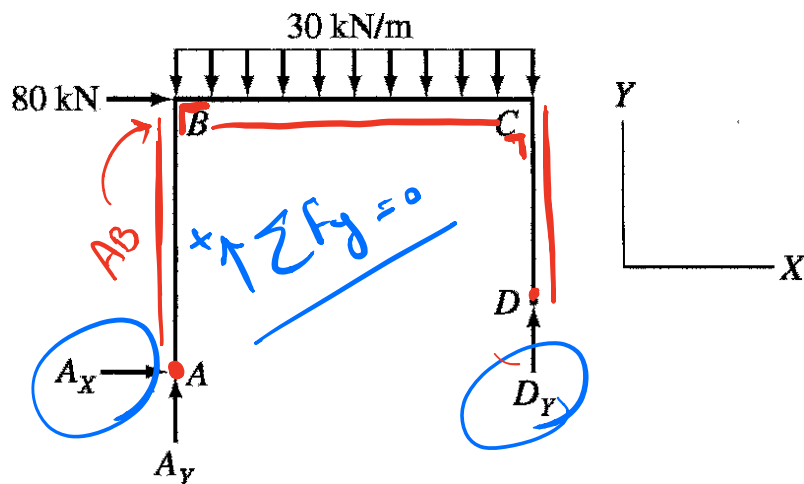
منحنی تغییر شکل خمشی:

مثال ۷

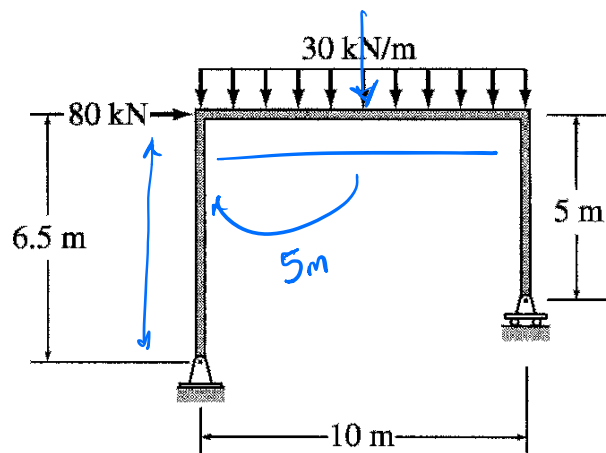
مطلوبست رسم نمودار تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی سازه زیر به روش جمع زدن :



مثال ٧



محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی :



$$A_X = -80 \text{ kN} \quad A_X = 80 \text{ kN} \leftarrow$$

$$+\zeta \sum M_A = 0 \quad -80(6.5) - 30(10)(5) + D_Y(10) = 0$$

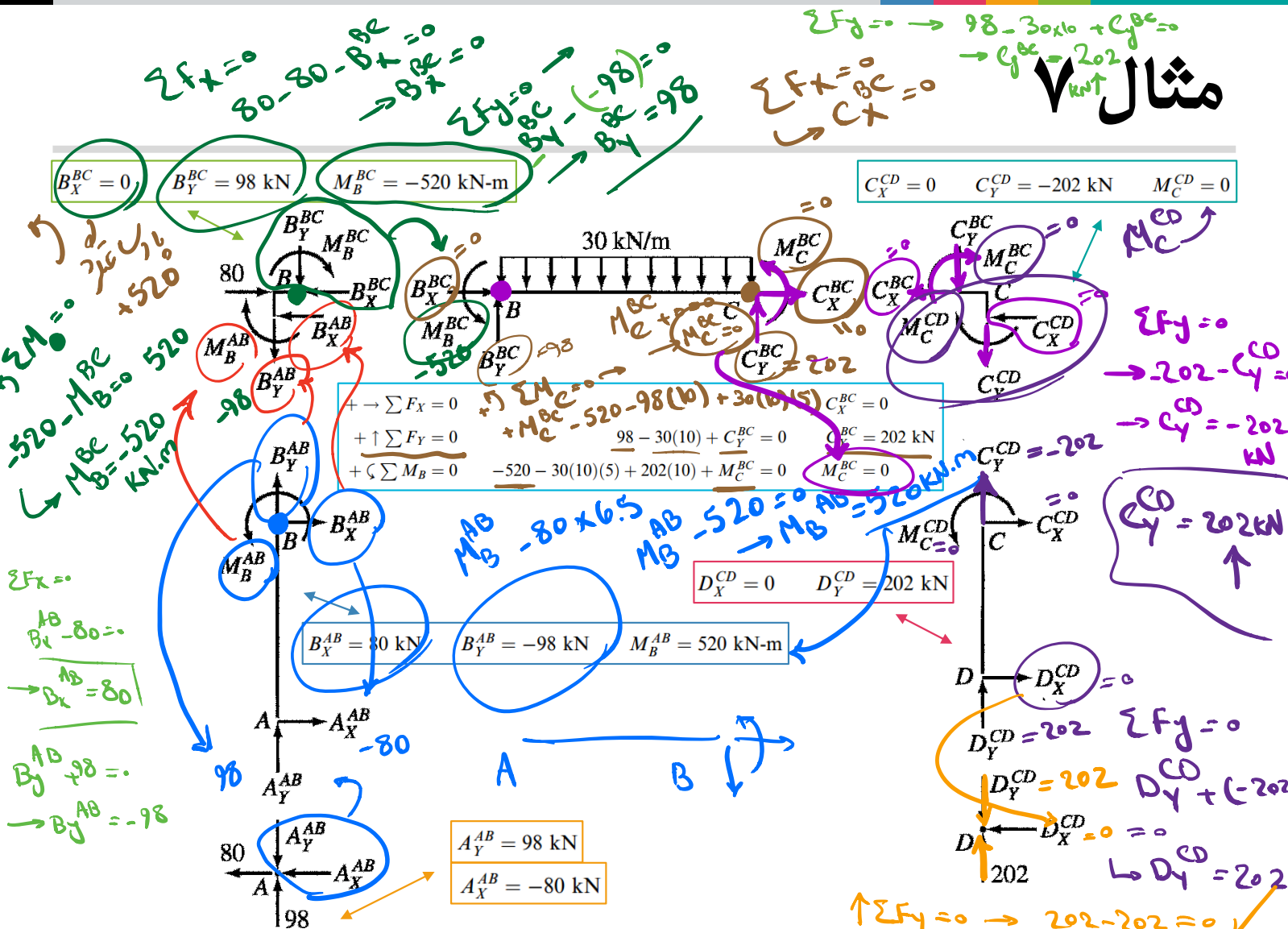
$$D_Y = 202 \text{ kN} \uparrow$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0$$

$$A_Y - 30(10) + 202 = 0$$

$$A_Y = 98 \text{ kN} \uparrow$$

مثال ۷



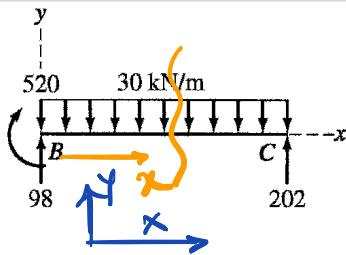
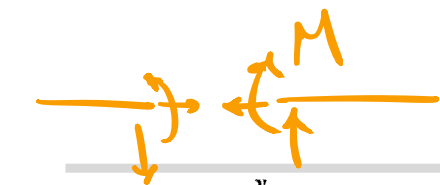
$$\sum F_x = 0 \rightarrow -V + 98 - 30x = 0 \Rightarrow V = 98 - 30x$$

مثال ۷

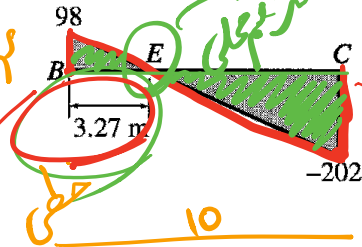
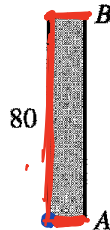
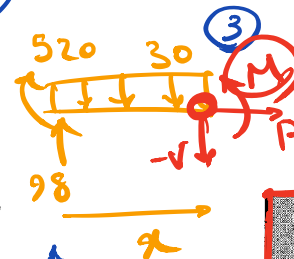
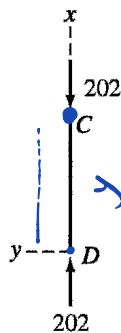
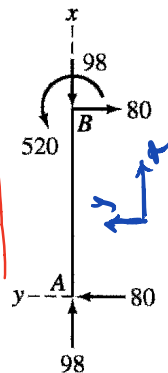
۱) دیاگرام نیروی محوری

در بخش
نرخش

$$98 - 30(6) = -202$$



دیاگرام جسم آزاد



دیاگرام تغییرات
نیروی برشی

$$\frac{98}{202} = \frac{BE}{(10-BE)}$$

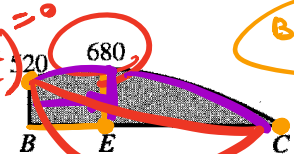
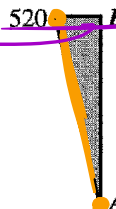
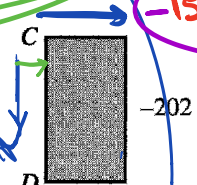
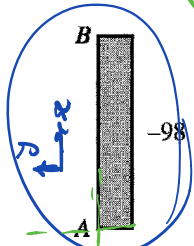
$$BE = 3.27$$

$$\sum M_o = 0$$

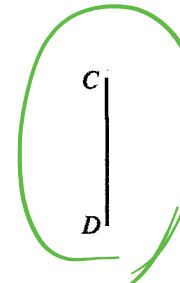
$$M - 520 - 98x + 30(x)(\frac{x}{2}) = 0$$

$$-15x^2 + 98x + 520 = M$$

دیاگرام تغییرات
نیروی محوری



دیاگرام تغییرات
لنگر خمشی

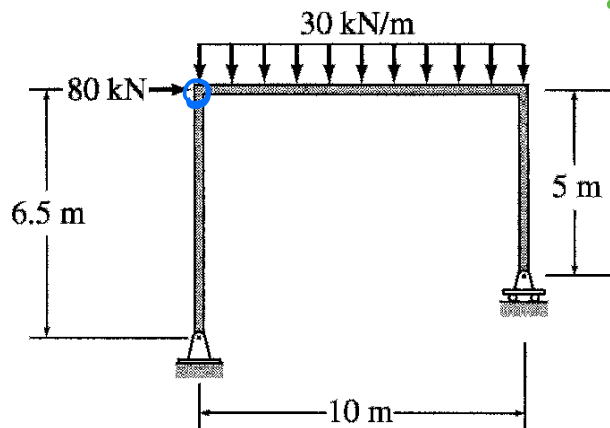


در عضو BC

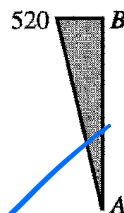
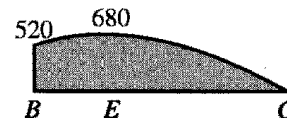
$$M(3.27) = 15(3.27)^2 + 98(3.27) + 520$$

$$\rightarrow M = 680 \text{ kN.m}$$

مثال ۷



تغییرات ممان
min
max



دیاگرام تغییرات
لنگر خمشی

C
D

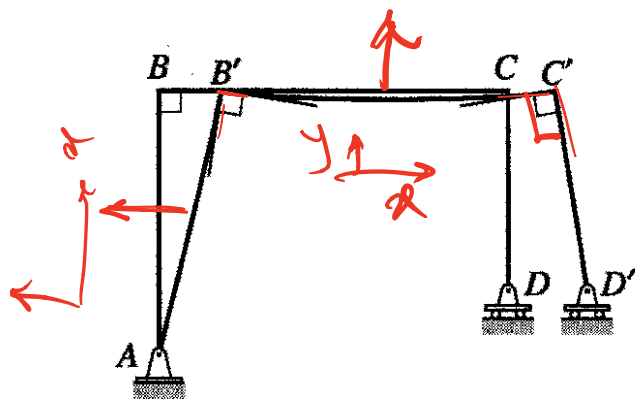
نمایندار محو جزئی دارد که حل کنیم

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_c = 0$$

رسم منحنی تغییر شکل خمشی با استفاده

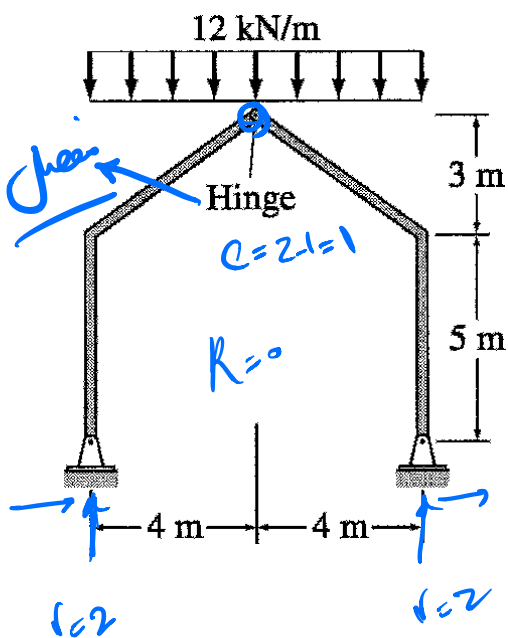
از دیاگرام خمش و شرایط تکیه گاهی :

نصف
باید
نگاه کرد
استفاده کرد



مثال ۸

مطلوبست رسم نمودار تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی سازه زیر به روش جمع زدن :

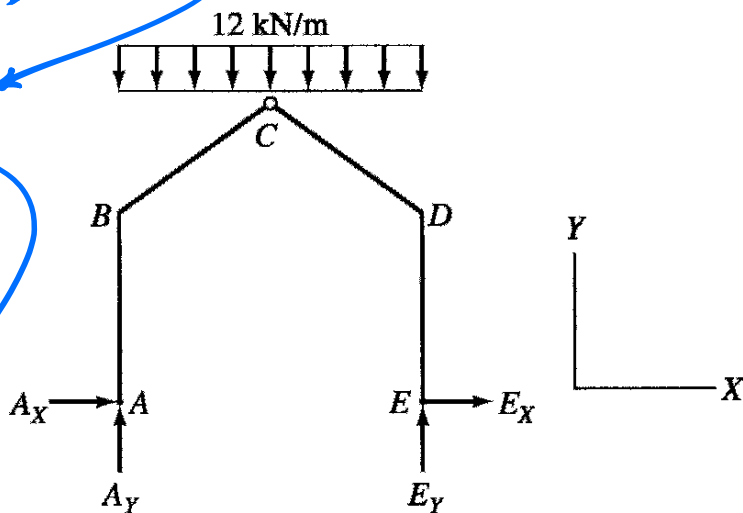


$$(4-0), (3+1) = 4-4=0$$

معین

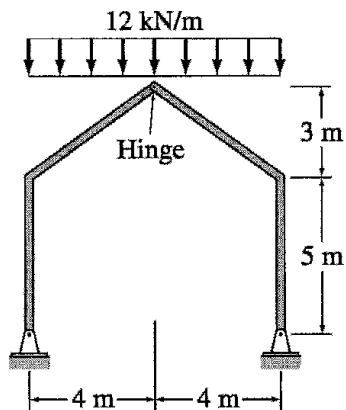
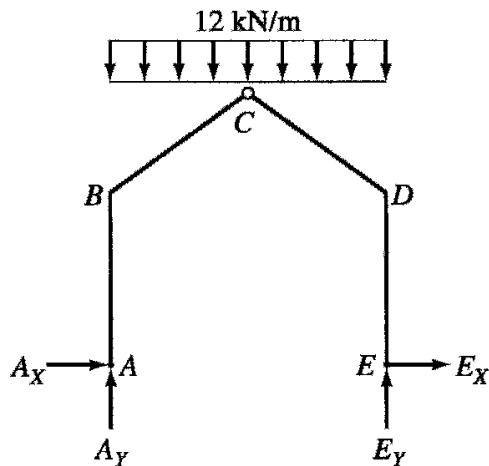
$$\begin{aligned} \sum F_x \\ \sum F_y \\ \sum M \end{aligned}$$

رسم دیاگرام آزاد



مثال ۸

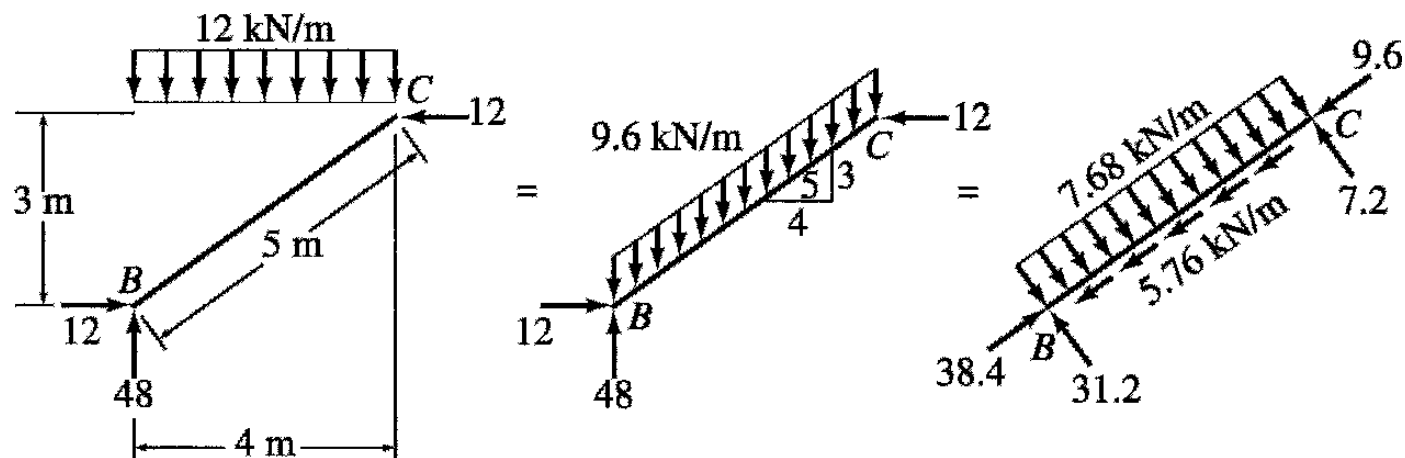
محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی :



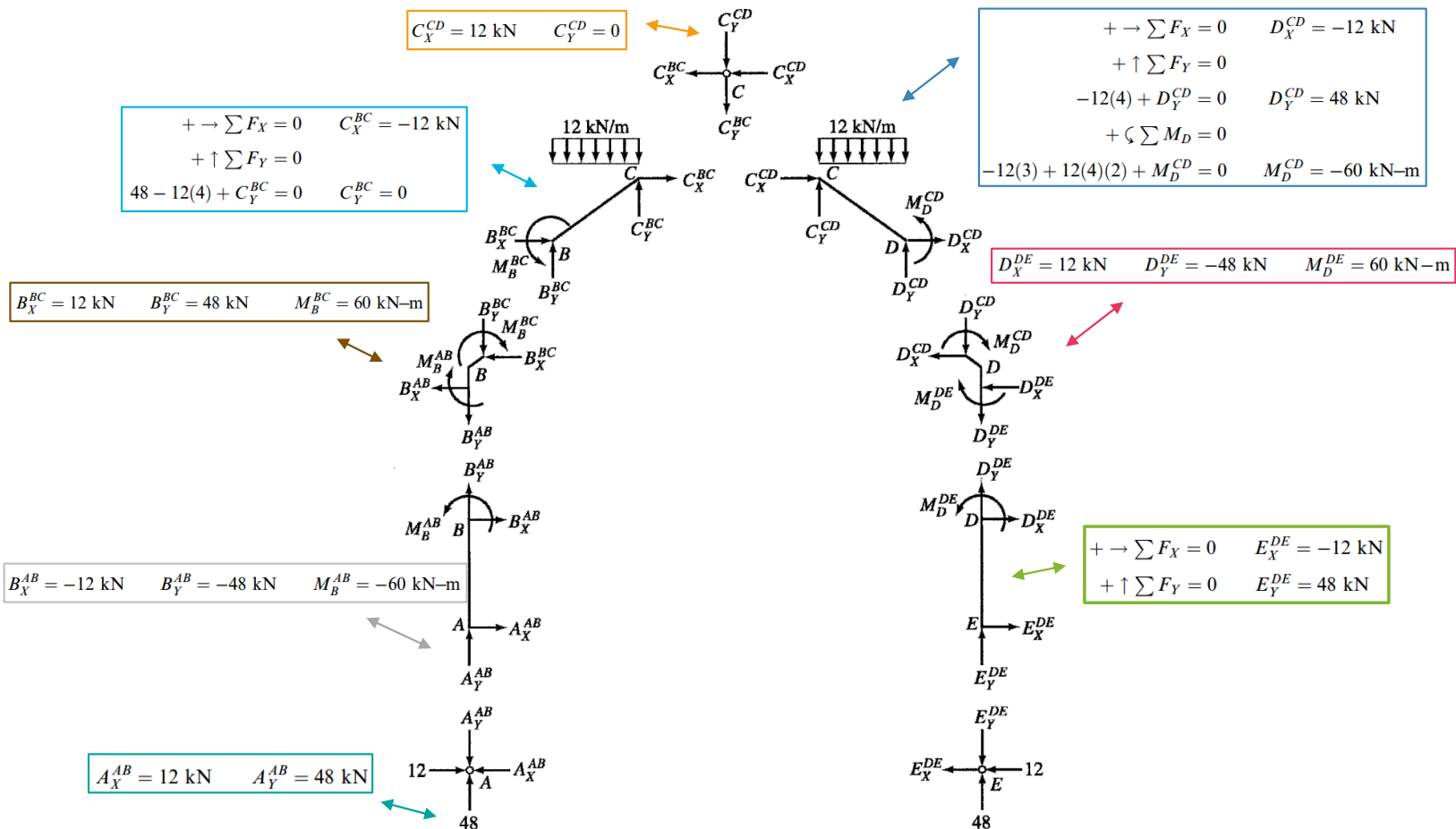
$$\begin{aligned}
 + \zeta \sum M_E &= 0 \\
 -A_Y(8) + 12(8)(4) &= 0 & A_Y &= 48 \text{ kN } \uparrow \\
 + \uparrow \sum F_Y &= 0 \\
 48 - 12(8) + E_Y &= 0 & E_Y &= 48 \text{ kN } \uparrow \\
 + \zeta \sum M_C^{AC} &= 0 \\
 A_X(8) - 48(4) + 12(4)(2) &= 0 & A_X &= 12 \text{ kN } \rightarrow \\
 + \rightarrow \sum F_X &= 0 \\
 12 + E_X &= 0 \\
 E_X &= -12 \text{ kN} & E_X &= 12 \text{ kN } \leftarrow
 \end{aligned}$$

مثال ۸

تجزیه بارها روی عضو مورب :

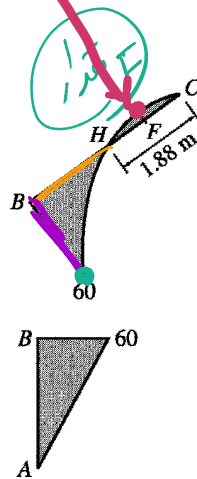
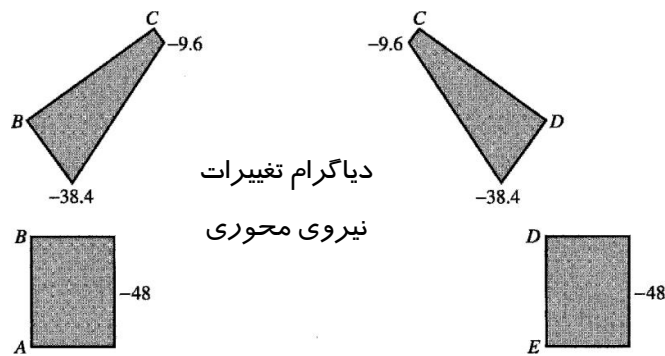
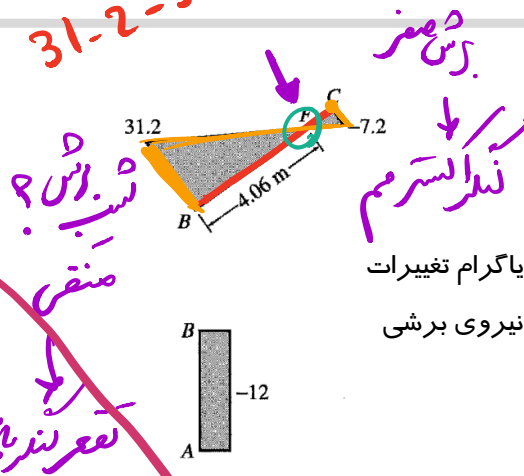
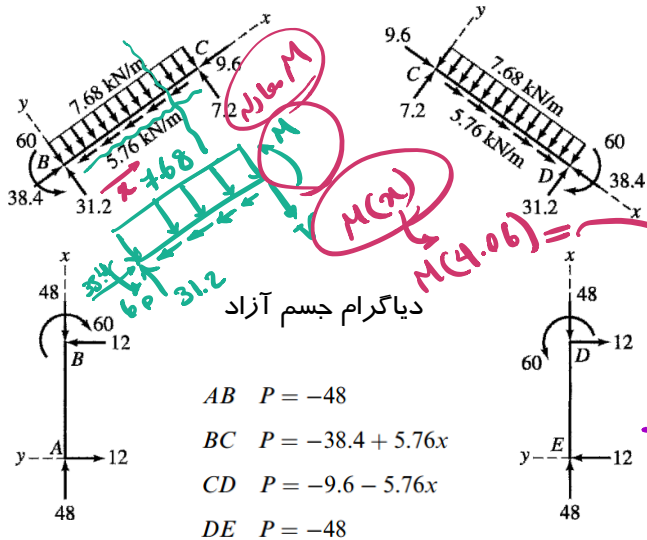


مثال ۸

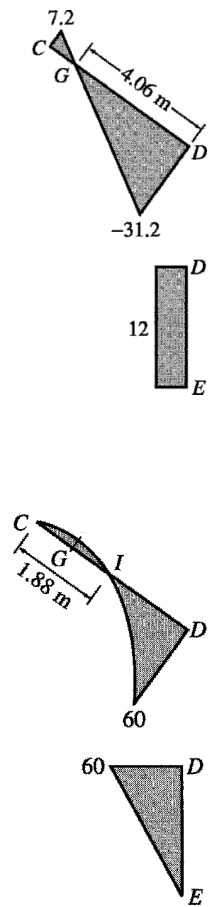


مثال ۸

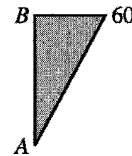
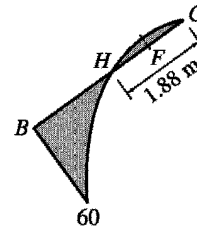
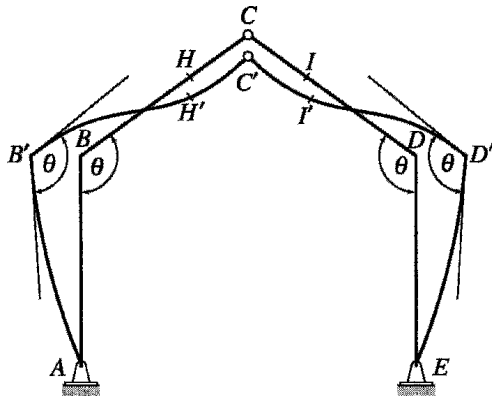
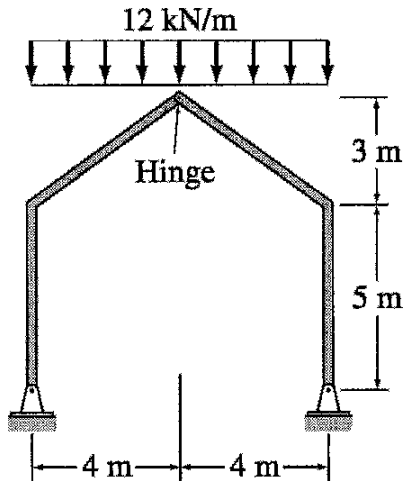
$$31.2 - 38.4 - 4 = -7.2$$



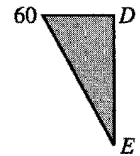
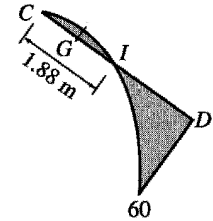
دیاگرام تغییرات
لنگر خمشی



مثال ۸



دیاگرام تغییرات
لنگر خمشی



رسم منحنی تغییر شکل خمشی با استفاده از دیاگرام
خمش و شرایط تکیه گاهی :